

# Компьютерная модель электрического ветра в униполярном приближении с граничным условием на скорость изменения потока ионов

П. С. Жидкова, \*А. В. Самусенко

Научно-образовательный Центр «Электрофизика»,  
Санкт-Петербургский государственный университет,  
ул. Ульяновская, д. 1, Старый Петергоф, г. Санкт-Петербург, 198504, Россия, \*e-mail: [a.samusenko@spbu.ru](mailto:a.samusenko@spbu.ru)

Представлена новая упрощенная модель электрического ветра в воздухе. Получено выражение для скорости изменения потока электронов на внешней границе чехла коронного разряда. Показано, что для моделирования электрического ветра при отрицательной полярности высоковольтного электрода необходимо учитывать во внешней зоне не только отрицательные ионы, но и электроны. Проведено сопоставление предложенной и традиционной компьютерных моделей электрического ветра в системе игла-тор.

*Ключевые слова:* коронный разряд, электрический ветер, униполярное приближение, дрейфово-диффузионное приближение, компьютерное моделирование.

УДК 537.523.3

## ВВЕДЕНИЕ

Электрический ветер – течение газа, вызванное коронным разрядом [1]. Как правило, это тонкая интенсивная струя, направленная от высоковольтного электрода к заземленному.

Эффекты, связанные с электрическим ветром, играют существенную роль в промышленных электрофильтрах [1]. Исследуются возможности применения электрического ветра для охлаждения твердых поверхностей [2–5], создания летательных аппаратов [6–7]. Имеются экспериментальные свидетельства того, что электрический ветер меняет профиль обтекания различных тел. Так, в работе [8] методом лазерной анемометрии по изображениям частиц (“Particle Image Velocimetry”) было продемонстрировано влияние коронного разряда в системе электродов проводящая плоскость на поток, обтекающий пластину. В продолжение этого исследования [9] экспериментально изучалась возможность регулировать поток над плоской пластиной посредством коронного разряда. В работах [10–13] проведено компьютерное моделирование электрического ветра в униполярном приближении для исследования влияния коронного разряда на обтекание воздухом различных тел. В работе [14] проанализирована роль электрического ветра в системе очистки воды от органических загрязнений. Показано, что электрический ветер существенно увеличивает скорость проникновения озона, производимого в чехле коронного разряда, в воду и, как следствие, влияет на скорость очистки воды от загрязнения.

Расчет электрического ветра требует описания как аэродинамики воздуха, так и разрядных процессов. Эти процессы имеют существенно

разные пространственный и временной масштабы, в связи с чем численный расчет задачи об электрическом ветре требует значительного времени и объема памяти. Поэтому актуален вопрос об упрощенных моделях электрического ветра.

## ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ УНИПОЛЯРНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

Рассмотрим случай отрицательной полярности высоковольтного электрода. Коронный разряд делит межэлектродный промежуток на две неравные области. К острию высоковольтного электрода прилегает чехол, в котором высокая концентрация электронов и положительные ионы и идут ионизационные процессы; характерный размер чехла гораздо меньше межэлектродного расстояния. Оставшуюся часть межэлектродного промежутка занимает внешняя зона, в которой концентрация отрицательных ионов значительная, а электронов и положительных ионов почти нет.

Обычно упрощение достигается за счет перехода к т.н. униполярному приближению, в котором отказываются от рассмотрения ионов, противоположных по знаку коронирующему электроду, и электронов. При этом объемная область чехла короны заменяется граничным условием на коронирующем электроде, которое описывает ионизацию в чехле. Используют разные формы этого граничного условия. В основном применяются два подхода (в обзоре [15] приведен представительный список работ по моделированию электрического ветра с указанием использованного типа граничных условий).

Первый подход состоит в использовании экспериментальной вольт-амперной характеристики

ки. Одним из наиболее распространенных подходов является тот, при котором задается плотность потока отрицательных ионов  $j_-$  как функция напряженности поля  $E$ :

$$j_-(E) = C \cdot (E - E_0). \quad (1)$$

Константы  $C$  и  $E_0$  подбирают так, чтобы модельная вольт-амперная характеристика (ВАХ) совпадала с экспериментальной. Отметим, что, хотя связь тока и напряженности поля в (1) является линейной, ВАХ в такой модели квадратичная:  $I = AU(U - U_0)$  – при соответствующем выборе константы  $C$  напряженность поля остается на уровне, не сильно превышающем  $E_0$ . Недостатком данного подхода является, очевидно, то, что при любой модификации геометрии ВАХ изменится и придется снова измерять ее в эксперименте и подбирать значения  $C$  и  $E_0$ .

Второй подход заключается в использовании условия постоянства напряженности на поверхности активного электрода:

$$E = \text{const}. \quad (2)$$

В качестве константы используют значения, близкие к критической напряженности в воздухе (25 кВ/см), для цилиндрического электрода берут формулу Пика [16]. Условие (2) в общем случае не применимо для всего высоковольтного электрода, поэтому необходимо заведомо выделить коронирующую область на нем, что представляет проблему.

Также применяются аналитические оценки для конкретных форм электродов, особенно для цилиндрического электрода [17]. Существуют и принципиально другие подходы. Например, в [18] задается плотность объемного заряда на коронирующей поверхности электрода.

Таким образом, есть несколько широко употребляемых методов, однако у каждого из них имеются существенные недостатки. Далее будет предложена новая форма граничного условия, которая может носить более универсальный характер.

#### ГРАНИЧНОЕ УСЛОВИЕ НА СКОРОСТЬ ИЗМЕНЕНИЯ ПОТОКА

Рассмотрим дрейфово-диффузионное приближение, дающее удовлетворительное описание структуры не только внешней зоны, но и чехла [19]. Это приближение часто используется для расчетов разрядных процессов, в т.ч. коронного разряда [20–22]. Будем рассматривать коронный разряд на высоковольтном электроде отрицательной полярности.

Чехол – область коронного разряда, где напряженность электрического поля превышает критическое для воздуха значение, 25 кВ/см, и

процессы ионизации доминируют над процессами прилипания. Поэтому концентрацией отрицательных ионов в чехле можно пренебречь по сравнению с концентрациями положительных ионов и электронов. Пренебрежем также процессами рекомбинации, диффузионной и конвективной компонентами потоков заряженных частиц. С учетом оговоренных приближений система уравнений дрейфово-диффузионного приближения в чехле коронного разряда имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial n_e}{\partial t} + \text{div}[-\mu_e n_e \vec{E}] = \alpha(E) \mu_e n_e E \\ \frac{\partial n_+}{\partial t} + \text{div}[+\mu_+ n_+ \vec{E}] = \alpha(E) \mu_+ n_+ E; \end{cases} \quad (3)$$

здесь  $n_+$ ,  $n_e$  – концентрации ионов и электронов;  $\vec{E}$  – напряженность электрического поля;  $\mu_+$ ,  $\mu_e$  – подвижности ионов и электронов;  $\alpha$  – коэффициент ионизации.

При этом граничное условие для уравнения Нернста-Планка на коронирующем катоде имеет следующий вид:

$$j_e = \gamma j_+; \quad (4)$$

здесь  $\gamma$  – коэффициент вторичной эмиссии [1],  $j_e$  и  $j_+$  – абсолютные величины плотности тока электронов и положительных ионов.

Далее мы будем считать, что распределение напряженности в чехле коронного разряда остается постоянным во времени, хотя концентрации ионов и электронов могут меняться. Такое предположение опирается на известное свойство постоянства напряженности поля в чехле коронного разряда при вариации напряжения. Это условие, в частности, используется в модели Дейча-Попкова [1]. При этом распределение напряженности является неоднородным в пространстве.

Поскольку  $\mu_e \gg \mu_+$ , характерное время установления распределения электронов в чехле гораздо меньше, чем аналогичное время для положительных ионов. Поэтому будем считать распределение электронов квазистационарным. Рассмотрим абсолютные величины потоков  $j_e$ ,  $j_+$  как искомые функции:

$$\begin{cases} \text{div}[+j_+ \vec{e}_E] = \alpha(E) j_+ \\ \frac{1}{\mu_+ E} \frac{\partial j_+}{\partial t} + \text{div}[-j_+ \vec{e}_E] = \alpha(E) j_+; \end{cases} \quad (5)$$

здесь для удобства введен единичный вектор, направленный вдоль силовой линии электрического поля в сторону от коронирующего электрода:

$$\vec{e}_E = -\vec{E}/E.$$

Пусть  $s$  – координата вдоль силовой линии электрического поля. Сделаем следующую замену искомым функций:

$$j_e(s,t) = J_e(s,t) \exp \left[ - \int_0^s ds' \operatorname{div} \vec{e}_E \right] \times \quad (6)$$

$$j_+(s,t) = J_+(s,t) \exp \left[ - \int_0^s ds' \operatorname{div} \vec{e}_E \right].$$

Физический смысл замен можно пояснить, используя понятие трубки тока (рис. 1). Рассмотрим сечение трубки тока в некоторой промежуточной точке  $s$  (сечение  $S_2$ ). Плотность тока  $j_{e,+}(s)$  – отношение тока в трубке  $I_{e,+}(s)$  к площади сечения трубки  $S_2(s)$ . Функция  $J_{e,+}(s)$  – отношение тока в трубке  $I_{e,+}(s)$  в сечении  $S_2$  к площади сечения данной трубки у поверхности коронирующего электрода  $S_1$ .

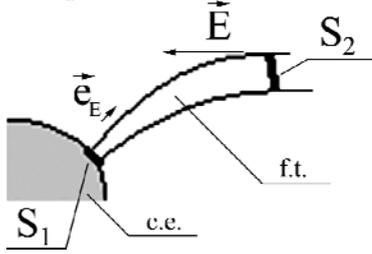


Рис. 1. К выводу граничного условия. “f.t.” – трубка тока, “с.е.” – коронирующий электрод.

Математически замена (6) позволяет перейти в уравнениях (5) от дивергенции к производной вдоль силовой линии электрического поля:

$$\begin{cases} \frac{\partial J_e(s,t)}{\partial s} = \alpha(E) J_e(s,t), & (7.1) \\ \frac{1}{\mu_+ E(s)} \frac{\partial J_+(s,t)}{\partial t} - \frac{\partial J_+(s,t)}{\partial s} = \alpha(E) J_e(s,t). & (7.2) \end{cases} \quad (7)$$

Уравнение (7.1) интегрируется:

$$J_e(s,t) = J_e(s=0,t) \exp \left[ \int_0^s ds' \alpha(E(s')) \right]. \quad (8)$$

Для интегрирования уравнения (7.2) сделаем замену переменных:

$$\{s,t\} \rightarrow \left\{ y(s,t) = s, \quad \theta(s,t) = t - \int_s^b \frac{ds'}{\mu_+ E(s')} \right\}.$$

Здесь  $b$  – граница чехла короны, то есть точка, где напряженность поля равна критической. Физический смысл переменной  $\theta$  следующий: если ион в момент времени  $t$  находится в точке  $s$ , то в точке  $b$  (то есть на границе чехла) он находился в момент времени  $\theta$ . При движении иона значение его переменной  $\theta$  остается неизменным (рис. 2), то есть линия  $\theta(t, s) = \text{const}$  – траектория иона в  $\{s, t\}$ -координатах.

В новых переменных уравнение (7.2) с учетом граничного условия (4) выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial y} J_+(y,\theta) = -\alpha(E(y)) \gamma J_+ \left( 0, \theta - \int_0^y \frac{dy'}{\mu_+ E(y')} \right) e^{\int_0^y \alpha(E(y')) dy'}. \quad (9)$$

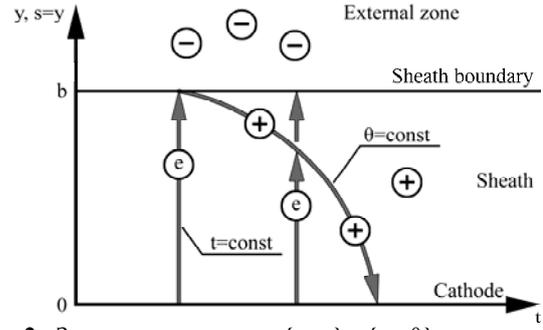


Рис. 2. Замена переменных  $\{s, t\} \rightarrow \{y, \theta\}$  и траектории ионов и электронов в  $\{s, t\}$ -координатах.

Уравнение (9) интегрируется, и с учетом того, что при  $y = b$   $J_+ = 0$  (нет положительных ионов, приходящих из внешней зоны в чехол), получаем:

$$-J_+(y=0,\theta) = - \int_0^b dy' \alpha(E(y')) \gamma J_+ \left( 0, \theta - \int_0^{y'} \frac{dy''}{\mu_+ E(y'')} \right) e^{\int_0^{y'} \alpha(E(y'')) dy''}.$$

Переходя к потоку электронов при помощи соотношений (4), (6), (8), получаем:

$$j_e(b,t) = \int_0^b dy' \alpha(E(y')) \gamma j_e \left( b, t - \int_0^{y'} \frac{dy''}{\mu_+ E(y'')} \right) e^{\int_0^{y'} \alpha(E(y'')) dy''}. \quad (10)$$

Интегральное уравнение (10) имеет решение вида  $j_e(b, t) = \exp[\nu t]$ . Параметр  $\nu$  является решением уравнения:

$$1 = \int_0^b dy \alpha(E(y)) \gamma e^{-\nu \int_0^y \frac{dy'}{\mu_+ E(y')}} e^{\int_0^y \alpha(E(y')) dy'}. \quad (11)$$

Аналитическое выражение для  $\nu$  можно получить только в пределе малых  $\nu$  (то есть медленно меняющегося потока ионов). Для этого выделим в (11) под интегралом быстро растущую функцию – экспоненту от числа ионизаций  $g(y)$ , а оставшиеся множители обозначим как  $f(y)$ :

$$1 = \int_0^b dy f(y) e^{g(y)};$$

$$f(y) = \gamma \alpha(E(y)) e^{-\nu \int_0^y \frac{dy'}{\mu_+ E(y')}};$$

$$g(y) = \int_0^y \alpha(E(y')) dy'.$$

Отметим, что, поскольку на границе чехла  $y = b$  эффективный коэффициент ионизации  $\alpha$  обращается в 0, имеем:

$$f(b) = 0; \quad \frac{dg}{dy}(b) = 0.$$

В соответствии с асимптотическим разложением подобных интегралов [23]:

$$\int_0^b dy f(y) e^{g(y)} \approx_{g(b) \gg 1} e^{g(b)} \frac{df}{d^2 g}(b).$$

В результате получаем:

$$\nu = \left[ \int_0^b \frac{dy'}{\mu_+ E(y')} \right]^{-1} \ln \gamma e^{\int_0^b \alpha(E(y')) dy'} \approx \left[ \int_0^b \frac{dy'}{\mu_+ E(y')} \right]^{-1} \left[ \gamma e^{\int_0^b \alpha(E(y')) dy'} - 1 \right].$$

Пусть теперь распределение напряженности, а вместе с ним и  $\nu$ , может плавно меняться во времени. В этом случае  $\nu$  есть отношение скорости изменения потока электронов к самому потоку. Поэтому получаем следующее уравнение на скорость изменения потока:

$$\begin{aligned} \frac{\partial j_e(b,t)}{\partial t} &= j_e(b,t) \frac{\gamma e^M - 1}{\tau}; \\ \tau &= \int_0^b \frac{dy'}{\mu_+ E(y')}; \\ M &= \int_0^b \alpha(E(y')) dy'. \end{aligned} \quad (12)$$

Характерное время изменения распределения электрического поля должно быть при этом существенно больше  $\tau$ . Отметим следующие свойства уравнения (12): стационарное решение соответствует соотношению  $\gamma e^M = 1$ , то есть известному условию возникновения самостоятельного разряда [24]; стационарное решение не зависит от коэффициента  $\tau$ . Можно оценить порядок величины  $\tau$ . Характерная толщина чехла коронного разряда  $b_c \sim 10^{-4}$  м [19], характерные напряженности в чехле коронного разряда  $E_c \sim 10^6 \div 10^7$  В/м [19], подвижность положительных ионов  $\mu_+ \sim 10^{-4} \div 10^{-3}$  м<sup>2</sup>/(В·с) [24]. Отсюда  $\tau \sim b_c \mu_+^{-1} E_c^{-1} \sim 10^{-8} \div 10^{-6}$  с. Если характерное время изменения напряжения существенно больше  $\tau$ , решение становится квазистационарным, то есть соответствует условию  $\gamma e^M = 1$ . В этом случае допустима значительная погрешность в определении  $\tau$ .

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

За пределами чехла напряженность падает ниже критического уровня, существенным становится процесс прилипания, и поток электронов быстро переходит в поток отрицательных ионов. Широко распространены модели, в которых считается, что во внешней зоне электронов вообще нет, то есть длину зоны, на которой поток электронов переходит в поток отрицательных ионов, можно считать пренебрежимо малой. Назовем такой подход “Г”-моделью – в ней считается, что во внешней зоне присутствуют только отрицательные ионы. Также рассмотрим более полную “I+E”-модель, в которой учитывается конечность частоты прилипания и во внешней зоне присутствуют как отрицательные ионы, так и электроны.

Таким образом, в “I+E”-модели упрощенная система уравнений имеет следующий вид:

$$\Delta \varphi = -\frac{e(n_i + n_e)}{\epsilon_0}; \quad (\vec{E} = -\nabla \varphi); \quad (13.1)$$

$$\left( \frac{\vec{E}}{E} \cdot \nabla \right) M = \alpha(E); \quad (13.2) \quad (13)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\nabla P + \eta \Delta \vec{V} - e(n_i + n_e) \vec{E}; \quad (13.3)$$

$$\text{div} \vec{V} = 0; \quad (13.4)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \text{div} [-D_i \nabla n_i - n_i \mu_i \vec{E} + n_i \vec{V}] = +v_{att} n_e; \quad (13.5)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \text{div} [-D_e \nabla n_e - n_e \mu_e \vec{E} + n_e \vec{V}] = -v_{att} n_e. \quad (13.6)$$

Рассмотрим подробнее уравнения системы (13). Уравнение (13.1) – это уравнение Пуассона;  $\varphi$  – электрический потенциал;  $e$  – абсолютная величина заряда электрона. Уравнение (13.2) служит для нахождения безразмерного коэффициента  $M$  – количества ионизационных соударений в соотношении с уравнением (12). Уравнения Навье–Стокса (13.3–13.4) записаны в приближении несжимаемости;  $\vec{V}$  – скорость воздуха;  $\eta$  – динамическая вязкость;  $P$  – давление;  $\rho$  – плотность воздуха. Уравнения Нернста–Планка (13.5–13.6):  $n_e, n_i$  – концентрации электронов и отрицательных ионов;  $D_e, D_i$  – соответствующие коэффициенты диффузии;  $\mu_e, \mu_i$  – подвижности;  $v_{att}$  – частота прилипания.

Если пренебречь наличием электронов во внешней зоне (“Г”-модель), система уравнений содержит на одно уравнение меньше (обозначения аналогичны системе (13)):

$$\Delta \varphi = -\frac{en_i}{\epsilon_0}; \quad (\vec{E} = -\nabla \varphi); \quad (14.1)$$

$$\left( \frac{\vec{E}}{E} \cdot \nabla \right) M = \alpha(E); \quad (14.2) \quad (14)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\nabla P + \eta \Delta \vec{V} - en_i \vec{E}; \quad (14.3)$$

$$\text{div} \vec{V} = 0; \quad (14.4)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \text{div} [-D_i \nabla n_i - n_i \mu_i \vec{E} + n_i \vec{V}] = 0. \quad (14.5)$$

Далее будут представлены некоторые результаты расчета по известной униполярной модели с линейной зависимостью плотности тока ионов от напряженности в качестве граничного условия:  $j_i(E) = C(E - E_0)$ . Коэффициенты  $C$  и  $E_0$  подбираются так, чтобы расчетная вольт-амперная характеристика соответствовала ВАХ “I+E”-модели. Назовем эту модель “j(E)”-модель. В объеме для данной модели решаются уравнения (14.1), (14.3–14.5) (то есть уравнения системы (14) за исключением уравнения на число ионизационных столкновений  $M$ , поскольку эта функция в “j(E)”-модели не используется). Граничные условия “j(E)”-модели аналогичны “Г”-модели,

Таблица. Граничные условия

	Высоковольтный электрод	Ось симметрии	Заземленный электрод	Диэлектрическая стенка
$\vec{V}$	$\vec{V} = 0$	$(\vec{V} \cdot \vec{e}_r) = 0$	$\vec{V} = 0$	$\vec{V} = 0$
$\phi$	$\phi = -U$	$(\vec{E} \cdot \vec{e}_r) = 0$	$\phi = 0$	$(\vec{E} \cdot \vec{n}) = 0$
$M$ (“ $G$ ”-модель, “ $I+E$ ”-модель)	–	–	$M = 0$	–
$n_i$	“ $j(E)$ ”-модель	$j_i = C(E-E_0)$	–	$(\vec{n} \cdot \vec{j}_i) = 0$
	“ $G$ ”-модель	$\frac{\partial j_i}{\partial t} = \frac{\gamma e^M - 1}{\tau} j_i$		
	“ $I+E$ ”-модель	$(\vec{n} \cdot \vec{j}_i) = 0$		
$n_e$ (“ $I+E$ ”-модель)	$\frac{\partial j_e}{\partial t} = \frac{\gamma e^M - 1}{\tau} j_i$	$(\vec{j}_e \cdot \vec{e}_r) = 0$	–	$(\vec{n} \cdot \vec{j}_e) = 0$

единственное отличие – в условии на поток отрицательных ионов на высоковольтном электроде.

Граничные условия для систем (13–14) приведены в таблице.

В расчете использовалась подвижность отрицательных ионов  $2,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$  [1], подвижность электронов считалась равной  $0,06 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$  (характерная величина для полей ниже критического значения –  $25 \text{ кВ/см}$  [24]). Частота прилипания считалась равной  $2 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$  [24] при  $E < 25 \text{ кВ/см}$ , при большей напряженности частота прилипания принималась равной нулю.

Моделирование было проведено в системе электродов игла-тор (рис. 3). Расчет осуществлен методом конечных элементов в программном пакете Comsol Multiphysics.

### СОПОСТАВЛЕНИЕ МОДЕЛЕЙ

Результаты расчета по “ $G$ ”- и “ $j(E)$ ”-моделям оказываются схожими, тогда как результат расчета по “ $I+E$ ”-модели существенно от них отличается. Как видно из рис. 4, в “ $G$ ”- и “ $j(E)$ ”-моделях на оси струи наблюдается гораздо более резкий пик скорости, чем в “ $I+E$ ”-модели. Отсюда можно заключить, что учет наличия электронов (фактор, отличающий “ $I+E$ ”-модель от “ $G$ ”- и “ $j(E)$ ”-моделей) важен для корректного расчета течения электрического ветра. Отметим, что “ $G$ ”-модель имеет преимущество перед “ $j(E)$ ”-моделью: для расчета не требуется предварительное получение вольт-амперной характеристики, если известен коэффициент вторичной эмиссии для поверхности коронирующего электрода. В случае, если коэффициент вторичной эмиссии неизвестен, он может быть определен для данного электрода в одном эксперименте, затем при варьировании геометрических параметров системы дополнительных эксперимен-

тальных данных для моделирования не требуется.

Графики на рис. 5 демонстрируют причину влияния электронов во внешней зоне на электрический ветер. Образование заряженных частиц происходит за счет ударной ионизации в чехле коронного разряда, из которого во внешнюю зону поступает поток электронов. Затем в результате прилипания электронов к нейтральным молекулам возникают отрицательные ионы. При этом среднее время жизни электрона по отношению к прилипанию в полях  $\sim 10 \text{ кВ/см}$  составляет  $\sim 0,1 \text{ мкс}$  – за это время электрон успевает продрейфовать на расстояние  $\sim 1 \text{ мм}$  от чехла. Таким образом, на выходе из чехла коронного разряда имеется поток электронов, который постепенно преобразуется в поток отрицательных ионов. Подвижность электронов гораздо выше подвижности отрицательных ионов, поэтому при равных потоках концентрация электронов гораздо ниже. Соответственно меньше и их объемный заряд. Поэтому в случае “ $G$ ”-модели непосредственно у активного электрода наблюдается область значительной величины объемного заряда и объемной силы, движущей воздух. В случае же “ $I+E$ ”-модели имеется зазор между активным электродом и областью сосредоточения кулоновской силы в несколько десятых миллиметра. Этот зазор между областью сосредоточения объемной силы и электродом обеспечивает разницу в скоростях в приосевой части струи между “ $I+E$ ”-моделью и “ $G$ ”-, “ $j(E)$ ”-моделями.

Отметим, что максимум объемной силы в “ $I+E$ ”-модели находится на поверхности активного электрода (как и в “ $G$ ”-модели). Однако этот максимум чрезвычайно узок (рис. 6) и интегральная величина силы в этой области невелика. Так, линейный график скорости (рис. 6) показывает, что максимум скорости достигается примерно на расстоянии  $1 \text{ мм}$  от оконечности иглы –

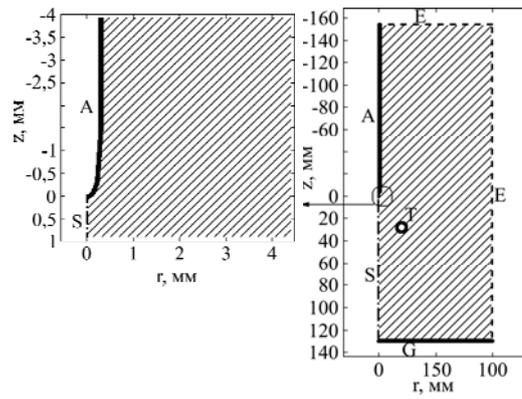


Рис. 3. Геометрия системы электродов: “A” – активный (высоковольтный) электрод-игла; “S” – ось симметрии; “G” – заземленный электрод-плоскость; “T” – заземленный электрод-тор; “E” – внешняя стенка.

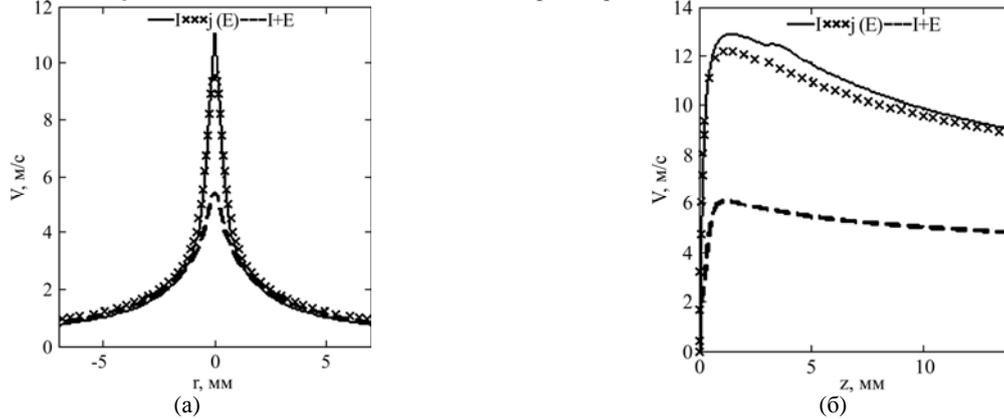


Рис. 4. Поперечное (а) и осевое (б) распределения скорости в системе электродов игла-тор. Поперечное распределение построено для  $z = 5$  мм. Напряжение 13 кВ, ток 14 мкА. Приведены расчетные данные для разных моделей.

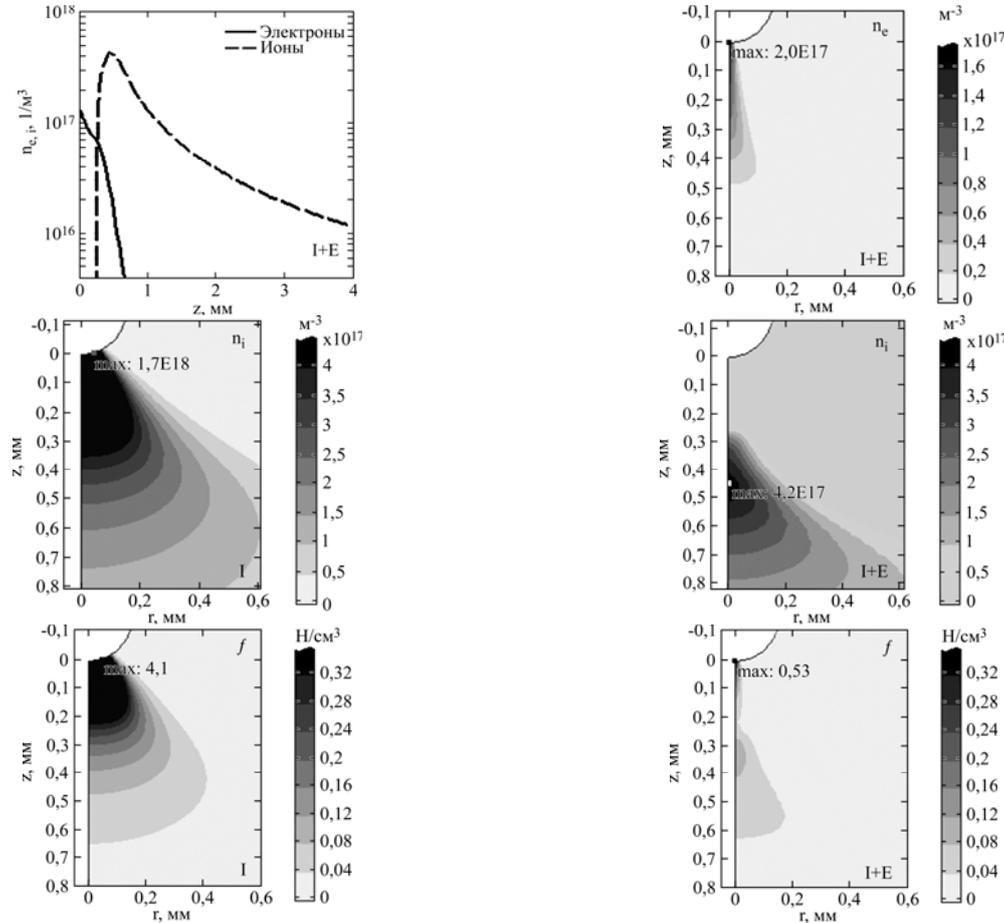


Рис. 5. Распределения концентрации электронов ( $n_e$ ), концентрации отрицательных ионов ( $n_i$ ), объемной силы, действующей на воздух ( $f$ ). Сопоставление однокомпонентной (“I”) и двухкомпонентной моделей, учитывающих электроны (“I+E”). Напряжение 12,2 кВ.

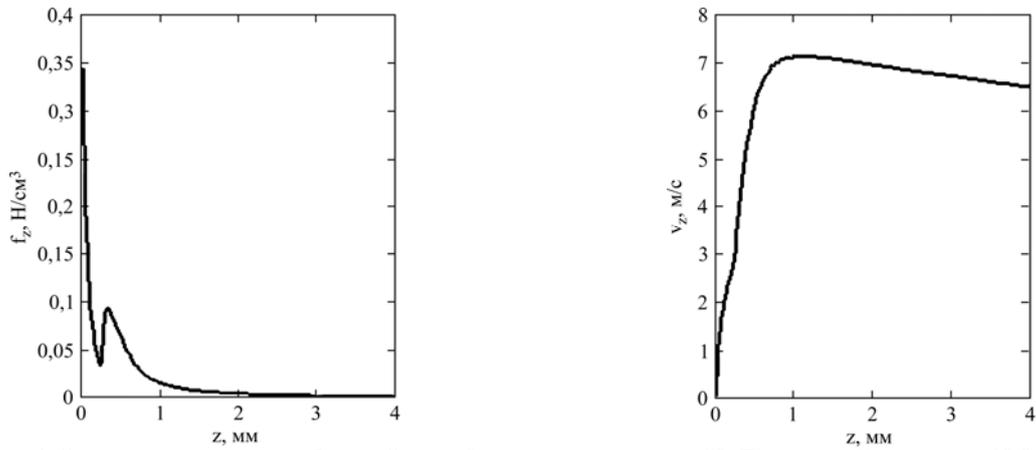


Рис. 6. Осевые распределения объемной силы  $f_z$ , скорости воздуха  $v_z$ . “ $I+E$ ”-модель. Напряжение 12,2 кВ.

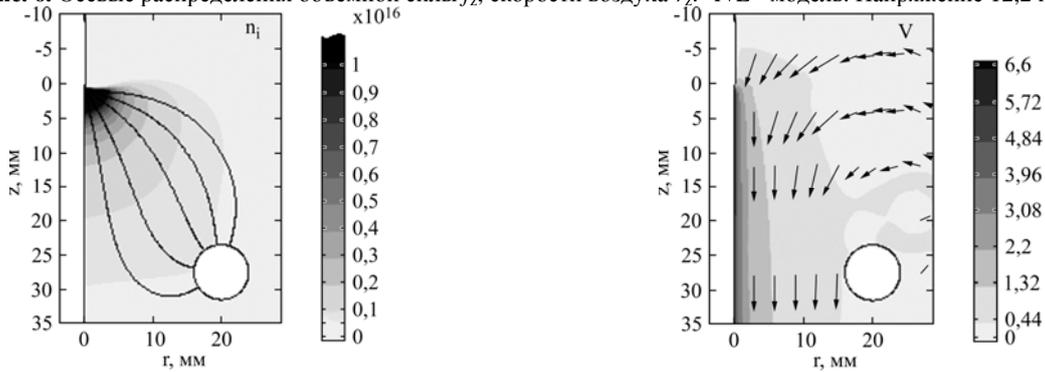


Рис. 7. Распределение скорости воздуха  $V$  (цветом показана величина скорости, стрелками – величина скорости в логарифмическом масштабе и ее направление), распределение концентрации отрицательных ионов  $n_i$  (цветом показана величина концентрации, сплошными линиями – линии тока отрицательных ионов). Напряжение – 12,2 кВ; ток 15,4 мкА.

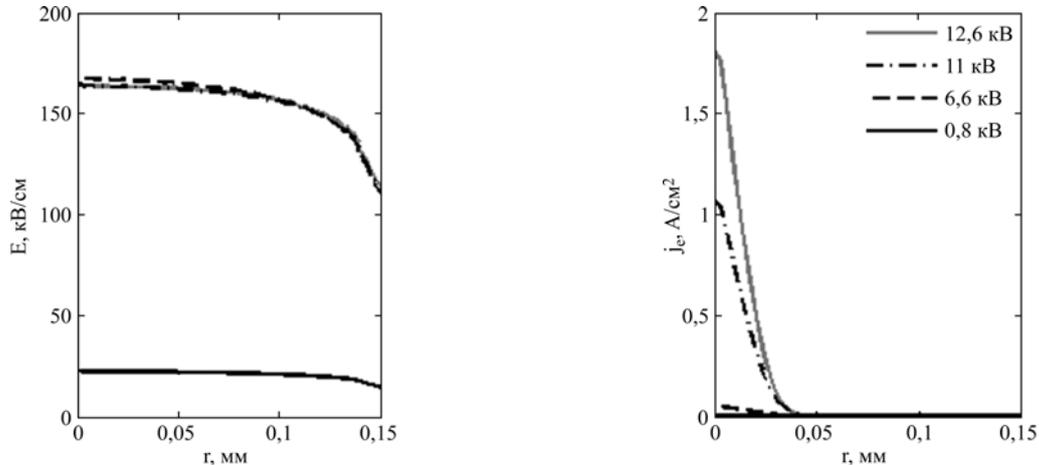


Рис. 8. Распределение напряженности поля  $E$  и плотности тока электронов  $j_e$  на поверхности высоковольтного электрода при разных напряжениях.

в области, где кулоновская сила создается за счет объемного заряда ионов.

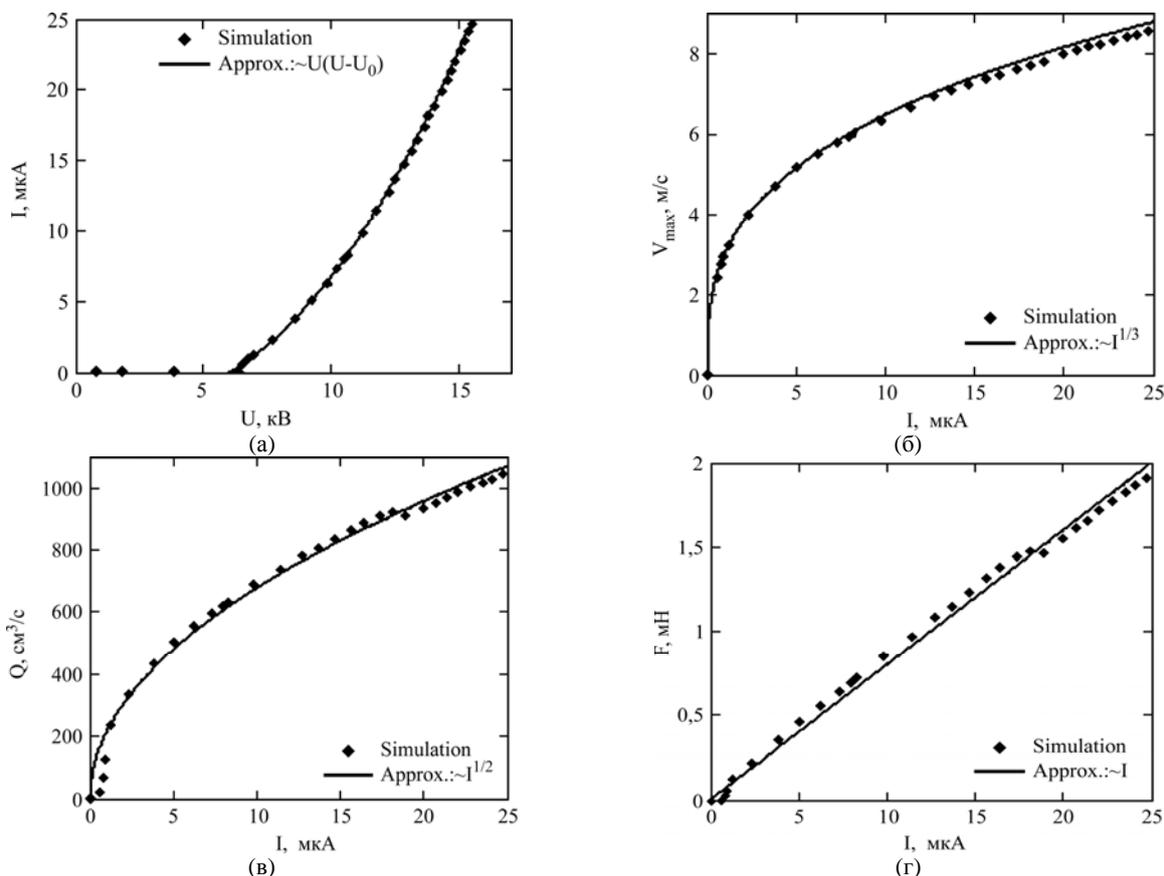
Таким образом, для корректного расчета течения электрического ветра важен учет электронов во внешней зоне коронного разряда. Следует отметить, что, хотя число уравнений в системе “ $I+E$ ”-модели больше, чем в “ $I$ ”-модели, время расчета для этих моделей отличается, не слишком сильно, и в обоих случаях оно существенно меньше, чем в более полной постановке этой задачи – в дрейфово-диффузионном приближении. Дело в том, что основной причиной высокой ресурсоемкости этого приближения является необходимость учета ударной ионизации в объеме. Во всех трех рассматриваемых в

данной работе упрощенных моделях ударная ионизация в объеме не учитывается, поэтому по ресурсоемкости расчета они близки.

## АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Далее представлены результаты расчета в “ $I+E$ ”-модели. Потoki ионов и воздуха идут в разных направлениях (рис. 7): ионы движутся к тору и поглощаются на этом электроде; струя воздуха идет вдоль оси симметрии и свободно проходит сквозь тор.

Электрический ток сосредоточен в узком пятне на поверхности электрода-иглы, причем распределение тока существенно уже, чем распределение напряженности поля (рис. 8). График



**Рис. 9.** Вольт-амперная характеристика  $I(U)$  (а), зависимость максимальной скорости воздуха  $V_{\max}$  от тока  $I$  (б), зависимость расхода воздуха  $Q$  сквозь отверстие тора от тока  $I$  (в), зависимость  $z$ -компоненты импульса воздуха, переносимого сквозь отверстие тора за единицу времени,  $F$  от тока  $I$  (г). “Simulation” – результаты компьютерного моделирования; “Approx.:” – аппроксимации.

на рис. 8 демонстрирует свойство постоянства напряженности поля на поверхности коронирующего электрода [1], напряженность поднимается только до момента возникновения коронного разряда, а затем почти перестает расти.

Модель воспроизводит некоторые известные закономерности, присущие электрическому ветру. Так, в модели получена квадратичная зависимость тока от напряжения, характерная для коронного разряда (рис. 9а) [1]. Максимальная скорость пропорциональна не  $I^{1/2}$ , как указано в [1], а  $I^{1/3}$  (рис. 9б). Авторам неизвестны экспериментальные исследования, в которых наблюдалась бы именно такая степенная зависимость. Скорее всего, это различие связано с тем, что локально вблизи острия струи, где и наблюдается максимум скорости, описываемая упрощенная модель неточна. При этом расход воздуха в струе оказывается пропорционален именно  $I^{1/2}$  (рис. 9в), то есть в более широком пространственном масштабе модель воспроизводит известные экспериментальные закономерности. Суммарный импульс струи, выносимый из межэлектродного промежутка в единицу времени, пропорционален первой степени тока (рис. 9г).

## ВЫВОДЫ

Из системы уравнений, описывающей чехол коронного разряда в дрейфово-диффузионном

приближении, выведено соотношение (12), устанавливающее связь между скоростью изменения потока заряженных частиц на границе чехла коронного разряда и распределением электрического поля в воздухе. Данное соотношение может служить граничным условием в упрощенной модели коронного разряда. Оно содержит только один параметр, зависящий от системы электродов, – коэффициент вторичной эмиссии коронирующего электрода, который может быть найден в литературе или получен в однократном эксперименте. В отличие от других способов замещения ионизационных процессов в объеме чехла граничным условием, предлагаемое соотношение не требует получения экспериментальных данных при каждом изменении геометрии и в то же время применимо для коронирующих электродов любой формы.

Показано, что пренебрежение электронами, допускаемое в большинстве упрощенных моделей коронного разряда, существенно искажает картину течения электрического ветра в области основной струи.

Таким образом, на основе граничного условия (12) предложена новая упрощенная модель коронного разряда с учетом электрического ветра, включающая не только отрицательные ионы, но и электроны. Данная модель приводит к

более точным результатам и является более универсальной, чем традиционно используемые модели. При этом время расчета остается существенно меньшим по сравнению с более полным дрейфово-диффузионным приближением.

*Исследование выполнено при поддержке РФФИ, проект № 14-02-31263 «мол\_а»; с использованием оборудования Ресурсного центра «Геомодель» Санкт-Петербургского государственного университета.*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Верещагин И.П. *Коронный разряд в аппаратах электронно-ионной технологии*. М.: Энергоатомиздат, 1985. 160 с.
2. Yang F., Jewell-Larsen N.E., Brown D.L., Pendergrass K., et al. *Proceedings of the International Symposium on High Voltage Engineering. Delft, Netherlands. 25–29 August 2003*. 1–4.
3. Go D.B., Garimella S.V., Fisher T.S., Mongia R.K. *J Appl Phys.* 2007, **102**(5), 053302. doi: 10.1063/1.2776164
4. Chen I.Y., Guo M.-Z., Yang K.-S., Wang C.-C. *Int J Heat Mass Tran.* 2013, **57**, 285–291.
5. Ongkodjojo A., Abramson A.R., Tien N.C. *J Heat Trans.* 2014, **136**, 061703. doi: 10.1115/1.4026807
6. Siswanto W.A., Ngui K. *AJBAS* 2011, **5**(9), 1433–1438.
7. Ianculescu R., Sohar D., Mudrik M. *J Electrostat.* 2011, **69**(6), 512–521.
8. Léger L., Moreau E., Artana G., Touchard G. *J Electrostat.* 2001, **51–52**, 300–306.
9. Léger L., Moreau E., Touchard G. *J Electrostat.* 2006, **64**(3–4), 215–225.
10. Ватажин А.Б., Лихтер В.А., Улыбышев К.Е. *Известия РАН. Механика жидкости и газа*. 2012, (2), 78–86.
11. El-Khabiry S., Colver G. *Phys fluids.* 1997, **9**, 587–599.
12. Colver G., El-Khabiry S. *IEEE transactions on industry applications.* 1999, **35**, 387–394.
13. Vilela Mendes R., Dente J.A. *J Fluid Eng-T ASME.* 1998, **120**, 626–629.
14. Takeuchi N., Takubo K. *I J PEST.* 2015, **9**(1), 2–6.
15. Adamiak K. *J Electrostat.* 2013, **71**, 673–680.
16. Kaiser S., Fahlenkamp H. *Proceedings of the International Symposium on Electrohydrodynamics. Gdansk, Poland. 23–26 September 2012*. 101–107.
17. Talaie M.R., Taheri M., Fathikaljahi J. *J Electrostat.* 2001, **53**, 221–233.
18. Nouri H., Zebboudj Y. *Eur Phys J-Appl Phys.* 2010, **49**, 11001.
19. Zubkov T.N., Samusenko A.V., Stishkov Y.K. *Surf Eng Appl Electrochem.* 2013, **49**(6), 474–479.
20. Sakiyama Y., Graves D.B., Stoffels E. *J Phys D Appl Phys.* 2008, **41**, 095204, doi: 10.1088/0022-3727/41/9/095204.
21. Meziane M., Eichwald O., Sarrette J.P., Ducasse O., Yousfi M. *I J PEST.* 2012, **6**(2), 98–103.
22. Cagnoni D., Agostini F., Christen T., Parolini N., Stevanović I., De Falco C. *J Appl Phys.* 2013, **114**(23), 233301. doi: 10.1063/1.4843823
23. Федорюк М.В. *Асимптотика: интегралы и ряды*. М.: Наука, 1987. 544 с.
24. Райзер Ю.П. *Физика газового разряда*. Долгопрудный: Интеллект, 2009. 736 с.

Поступила 30.10.14

После доработки 01.06.15

#### Summary

A new simplified model of the ionic wind in air is proposed. An expression for the rate of variations of electrons flow on the corona sheath external boundary is derived. It is revealed that to simulate the ionic wind at the negative polarity of a high voltage electrode, in the corona discharge external zone not only negative ions but also electrons should be taken into consideration. A traditional and the proposed computer-simulated models of the ionic wind in the point-thorus electrodes system are compared.

*Keywords: corona discharge, ionic wind, unipolar approximation, drift-diffusion approximation, computer simulation.*