

Замкнутая математическая модель электрического и магнитного полей в разрядной камере электрогидравлической установки

А. А. Щерба^а, В. М. Косенков^б, В. М. Бычков^б

^аИнститут электродинамики НАН Украины,
пр. Победы, 56, г. Киев-57, 03680, Украина, e-mail: ied1@ied.org.ua

^бИнститут импульсных процессов и технологий НАН Украины,
пр. Октябрьский, 43-А, г. Николаев, 54018, Украина, e-mail: v.m.kosenkov@gmail.com

Разработана математическая модель электрических и магнитных полей в разрядном контуре и разрядной камере электрогидравлической установки с учётом влияния гидродинамических процессов на канал разряда. Найден алгоритм решения полученной системы уравнений на основе численных методов. Моделирование расширения канала разряда в воде выполнено в геометрически нелинейной постановке, но на неподвижной конечно-разностной сетке. Проведено тестирование математической модели и алгоритма решения полученной системы уравнений на основе экспериментальных данных. Выполнен анализ электрического и магнитного полей разрядной камеры электрогидравлической установки.

Ключевые слова: разряд в воде, разрядный контур, разрядная камера, математическая модель, переходные процессы, электрическое поле, магнитное поле, электрогидравлическая установка.

УДК 537.8:621.7.044.4

ВВЕДЕНИЕ

Электрические разряды в воде находят широкое применение в научных исследованиях и практических приложениях [1–4]. Для осуществления разрядов в воде используют разнообразные электрогидравлические установки, одним из основных элементов которых служит разрядный контур. Электрический разряд в воде сопровождается мощным электромагнитным импульсом. Для расчета электрического и магнитного полей необходим расчет процессов, происходящих в разрядном контуре и влияющих на гидродинамические процессы в разрядной камере, которые воздействуют на канал разряда, изменяя его электрические и геометрические характеристики. От эффективности передачи энергии заряда конденсаторной батареи каналу разряда зависит качество выполнения различных технологических процессов. Поэтому изучению влияния параметров разрядного контура на преобразование энергии в нем посвящен ряд исследований [5–9]. В этих работах использовали предположение, что канал разряда имеет форму прямого кругового цилиндра, который в процессе расширения не изменяет свою форму. Исследования [5, 10], посвященные изучению трансформации формы канала разряда, свидетельствуют, что это допущение справедливо только для каналов большей длины по сравнению с его максимальным радиусом. В остальных случаях оно не всегда оправдано. Значительное влияние на форму и размеры канала разряда оказывают геометрические параметры высоковольтных электродов [11, 12]. Од-

нако при выполнении этих исследований не учитывали связь формы канала с процессами в разрядном контуре, считая временную зависимость выделения энергии в канале неизменной. Поэтому исследование влияния электродной системы и разрядной камеры на расширение канала разряда и процессов в разрядном контуре актуально в научном и практическом отношении.

Цель работы – разработать замкнутую математическую модель системы разрядный контур–разрядная камера, позволяющую выполнять исследования электрических и магнитных полей, сопровождающих электрический разряд в воде, и алгоритм решения полученной системы уравнений.

Для этого необходимо решить следующие задачи:

- разработать математическую модель системы разрядный контур–разрядная камера электрогидравлической установки;
- выполнить тестирование математической модели;
- разработать математическую модель электрического и магнитного полей в разрядной камере и за ее пределами;
- выполнить оценку особенностей электрических и магнитных полей внутри и за пределами разрядной камеры при коаксиальной схеме подключения электродов к разрядному контуру.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В данной работе рассматривается математическое моделирование электродинамических

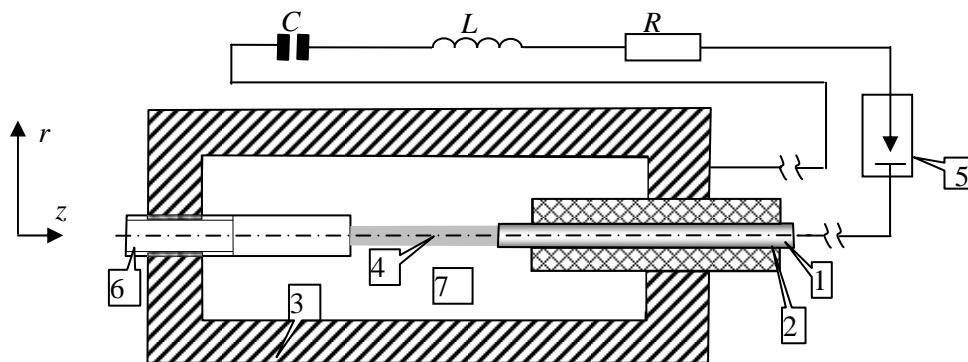


Рис. 1. Схема замещения разрядного контура и осесимметричной разрядной камеры: 1, 6 – электроды; 2 – изолятор; 3 – корпус разрядной камеры; 4 – канал разряда; 5 – разрядник; 7 – вода.

процессов в разрядном контуре и гидродинамических процессов в разрядной камере электрогидравлической установки при использовании схемы, приведенной на рис. 1.

В зависимости от назначения электрогидравлических установок их разрядные камеры имеют различные формы и размеры. В ряде приложений разрядные камеры имеют цилиндрическую форму и соответственно обладают осевой симметрией. Разрядную камеру такого типа выбрали для моделирования в данной работе, чтобы упростить разработку математической модели и анализ процессов в разрядном контуре. Схема замещения разрядного контура и разрядной камеры представлена на рис. 1.

Электрические и магнитные поля, сопровождающие электрический разряд в воде, можно описать на основе уравнений электродинамики [13], используя скалярный и векторный потенциалы электромагнитного поля. Длина электромагнитной волны, генерируемой в процессе разряда, существенно больше размеров разрядной камеры, следовательно, электромагнитное поле в любой момент времени можно считать квазистатическим [13]. Тогда в уравнениях электродинамики нестационарные производные можно принять равными нулю, и уравнения для электрически неоднородной среды в цилиндрической системе координат примут вид:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \vec{A}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} \right) = -\vec{J}, \quad (1)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \sigma \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = 0, \quad (2)$$

где ϕ – электрический скалярный потенциал, В; \vec{A} – векторный потенциал, В·с/м; μ – абсолютная магнитная проницаемость, Гн/м; \vec{J} – вектор плотности тока, А/м²; σ – удельная электропроводность среды, См/м; r, z – пространственные координаты, м.

Для того чтобы рассчитать электрическое и магнитное поля по уравнениям (1, 2), надо опре-

делить напряжение на высоковольтном электроде. Для этого необходимо решить уравнение баланса напряжений, полученное по схеме замещения (рис. 1) [5] для разрядного контура:

$$L \frac{dI}{dt} + (R_{ck} + R_{sh}) \cdot I + \frac{1}{C_0} \int_0^t I dt = U_0, \quad (3)$$

где L – индуктивность контура, Гн; I – сила тока в контуре, А; R_{ck}, R_{sh} – соответственно сопротивление канала разряда и сопротивление остальных элементов разрядного контура, Ом; C – емкость конденсаторной батареи, мкФ; t – время, с; U_0 – напряжение заряда конденсаторной батареи, В.

Если в заданный момент времени известны давление плазмы в канале разряда и его объем, тогда электрическое сопротивление канала разряда можно определить с помощью уравнения [5]:

$$R_{ck} = \frac{A \cdot l_k^2 \cdot (\gamma - 1)}{P_k \cdot V_k}, \quad (4)$$

где P_k – давление в канале разряда, Па; V_k – объем канала разряда, м³; l_k – расстояние между электродами, м; $\gamma = 1,26$ – эффективный показатель адиабаты плазмы в канале разряда; A – искровая постоянная [5], В²·с/м².

Давление в канале разряда можно определить из уравнения баланса энергии, в котором учитывается изменение внутренней энергии плазмы, работы расширения канала разряда и джоулева нагрева плазмы от протекающего в ней электрического тока [5]:

$$\frac{1}{\gamma - 1} \frac{d}{dt} (P_k V_k) + P_k \frac{dV_k}{dt} = I^2 R_{ck}. \quad (5)$$

Чтобы определить объем канала разряда, следует вычислить изменение его радиуса в процессе протекания по нему электрического тока. Для этого необходимо моделировать процесс расширения канала разряда в воде, заполняющей разрядную камеру.

В результате анализа существующих математических моделей гидродинамических процессов

в разрядной камере [6, 12] выбрана модель, в которой используют предположение о потенциальном безвихревом движении идеальной жидкости. Гидродинамическая модель включает в себя двумерное линейное дифференциальное волновое уравнение, которое в цилиндрической системе координат имеет вид [12]:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = c^2 \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right], \quad (6)$$

где ψ – потенциал скорости, м²/с; c – скорость звука в жидкости, м/с; r, z – пространственные координаты, м.

Скорость звука в жидкости определяли по формуле [8]:

$$c_f^2 = c_0^2 - (\chi - 1) \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{1}{2} (\chi + 1) \left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right)^2 \right], \quad (7)$$

где c_0 – скорость звука в невозмущенной жидкости, м/с; χ – эмпирический коэффициент, равный 7,15 для воды.

Давление в жидкости определяли с помощью линейного интеграла Коши-Лагранжа:

$$P = P_0 - \rho \frac{\partial \psi}{\partial t}, \quad (8)$$

где ρ – плотность жидкости, кг/м³; P_0 – начальное давление в разрядной камере, Па.

Составляющие вектора скорости жидкости и границы канала разряда определяли по градиенту потенциала:

$$V_r = \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad V_z = \frac{\partial \psi}{\partial z}. \quad (9)$$

Для расчета гидродинамических процессов в канале разряда использовали уравнение Лапласа:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0. \quad (10)$$

Оно получено как частный случай уравнения (6), учитывая, что скорость звука в плазме, заполняющей канал разряда, намного больше, чем в воде.

В начальный момент времени (начало активной стадии разряда) жидкость находится в невозмущенном состоянии, поэтому значения потенциала ψ равны нулю, давление в канале равно P_{k0} , а граница канала движется с начальной скоростью U_{k0} , появившейся в результате расширения границы лидера. Конденсаторная батарея заряжена до напряжения U_0 , а сила тока в цепи равна нулю. Скалярные и векторный потенциалы равны нулю.

На границе раздела двух сред значение потенциала ψ находили из условия, при котором

стенка камеры абсолютно жесткая. Поэтому градиент потенциала по нормали к поверхности стенки (\vec{n}) равен нулю:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \vec{n}} = 0. \quad (11)$$

На границе канала разряда выполняются условия на контактном разрыве [14]:

$$U_k = U_f, \quad P_k = P_f, \quad (12)$$

где U_f – скорость жидкости на границе канала, м/с; P_f – давление жидкости на границе канала, Па.

Потенциал высоковольтного электрода равен разности потенциалов между электродами, а в месте подключения кабеля к разрядной камере электрический потенциал равен нулю. Производные скалярного потенциала ϕ по нормали к оси симметрии и внешним границам расчетной области принимали равными нулю. Производную векторного потенциала по нормали к оси симметрии принимали равной нулю, а на внешних границах расчетной области потенциал A также равен нулю.

МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Непрерывную пространственно-временную область решения задачи (рис. 1) преобразовали в дискретную, задавая шаг изменения времени Δt и пространственных координат Δr_i и Δz_j . Номера временных слоев дискретизации обозначили переменной n , а неподвижные пространственные слои по координатам r_i и z_j – переменными i и j соответственно. Схема дискретизации разрядной камеры показана на рис. 2.

Дискретизацию расчетной области в интервалах $0 \leq j \leq N_{ze}$ и $0 \leq i \leq N_{re}$ выполняли сеткой с равномерным шагом Δr и Δz .

Во внешней области в интервалах $N_{zym} \leq j < 0$, $N_{ze} < j \leq N_{zv}$ и $N_{re} < i \leq N_{rv}$ координаты сетки r_i и z_j задавали с переменными шагами Δr_i и Δz_j , которые определяли по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \Delta r_i &= \alpha \cdot \Delta r_{i-1}, \quad r_{i+1} = r_i + \Delta r_i, \\ \Delta z_i &= \alpha \cdot \Delta z_{i-1}, \quad z_{i+1} = z_i + \Delta z_i, \end{aligned} \quad (13)$$

где α – коэффициент, равный отношению большего шага сетки к меньшему на соседних интервалах ($\alpha \in [1; 1,1]$).

Решение уравнений (3) и (5) выполняли по двухшаговому методу Эйлера – Коши [15], имеющему второй порядок точности.

На этапе предиктор вычисляли сопротивление канала разряда \tilde{R}_{ck}^n по формуле (4), используя значения переменных, вычисленных на n -ном слое по времени.

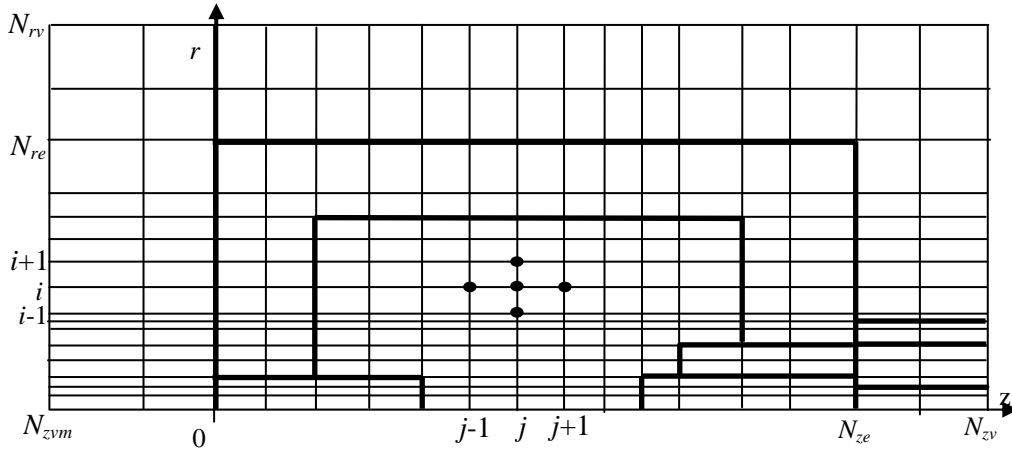


Рис. 2. Схема дискретизации разрядной камеры.

Затем определяли силу тока, используя дискретный аналог уравнения (3):

$$\tilde{I}^{n+1} = I^n + \frac{\Delta t}{L} [U_0 - (\tilde{R}_{ck}^n + R_{sh}) I^n] - \frac{\Delta t}{C \cdot L} (S^n + \Delta t \cdot I^n), \quad (14)$$

где S^n – интегральная сумма на временном слое n , вычисленная по методу трапеций:

$$S^{n+1} = S^n + \Delta t \cdot (\tilde{I}^{n+1} + I^n) / 2. \quad (15)$$

Из дискретного аналога уравнения (5) вычисляли давление в канале разряда:

$$\tilde{P}_k^{n+1} = \frac{1}{V_k^n} \left(\Delta t \cdot (\gamma - 1) \cdot \left(N^n(t) - P_k^n \frac{V_k^n - V_k^{n-1}}{\Delta t} \right) + P_k^n V_k^n \right), \quad (16)$$

где $N^n(t) = (I^n)^2 \cdot R_{ck}^n$ – мощность энергии, выделяемой в канале разряда, Вт.

Начальную скорость перемещения границы канала разряда при заданном начальном давлении в канале (P_{k0}) вычисляли по формуле [14]:

$$U_{k0} = \frac{P_{k0} - P_0}{\rho \cdot c}. \quad (17)$$

Потенциал на первом и втором временных слоях полагали равным нулю, а на границе канала на втором слое определяли из интеграла Коши-Лагранжа (8):

$$\Psi_{i,j}^2 = \Psi_{i,j}^1 - (P_{k0} - P_0) \Delta t / \rho_0. \quad (18)$$

На третьем и последующих слоях времени предварительное значение потенциала скорости жидкости на границе канала определяли по давлению, вычисленному по формуле (8):

$$\tilde{\Psi}_{i,j}^{n+1} = \Psi_{i,j}^n - (\tilde{P}_k^{n+1} - P_0) \cdot \Delta t / \rho_0. \quad (19)$$

Предварительно поле потенциала скорости во внутренних точках жидкости определяли из уравнения (6) по схеме «крест» [15], имеющей второй порядок точности по временной и пространственной координатам и простой алгоритм реализации:

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}_{i,j}^{n+1} = \Delta r^2 \cdot c^2 \left[\frac{1}{2 \cdot \Delta r^2 \cdot r_i} (r_{i+1} \cdot \Psi_{i+1,j}^n + r_i \cdot \Psi_{i+1,j}^n - \right. \\ \left. - r_{i+1} \cdot \Psi_{i,j}^n - 2 \cdot r_i \cdot \Psi_{i,j}^n - r_{i-1} \cdot \Psi_{i,j}^n + r_{i-1} \cdot \Psi_{i-1,j}^n + r_i \cdot \Psi_{i-1,j}^n) + \right. \\ \left. + \frac{\Psi_{i,j+1}^n - 2 \cdot \Psi_{i,j}^n + \Psi_{i,j-1}^n}{\Delta z^2} \right] + 2 \cdot \Psi_{i,j}^n - \Psi_{i,j}^{n-1}. \end{aligned} \quad (20)$$

Шаг по времени определяли из условия устойчивости Куранта-Фридрихса-Леви [15]:

$$\Delta t = \frac{k \cdot \min(\Delta z; \Delta r)}{\sqrt{2} \cdot c}, \quad (21)$$

где $k \leq 1$ – коэффициент запаса устойчивости схемы (число Куранта).

Поле потенциала, вычисленное по формуле (20), обеспечивает малую погрешность величины потенциала, но относительно большую погрешность его производных по времени и пространственным координатам, что приводит к большим дисперсионным погрешностям полей давления и скорости, определяемых по формулам (8, 9). Чтобы уменьшить эту погрешность до необходимого минимума, выполняли регуляризацию поля потенциала $\tilde{\Psi}_{i,j}^{n+1}$ по неявной разностной схеме [15]:

$$\begin{aligned} \Psi_{i,j}^{n+1} = \Delta r^2 \cdot c^2 \{ k_1 \cdot \left[\frac{1}{2 \cdot \Delta r^2 \cdot r_i} (r_{i+1} \cdot \tilde{\Psi}_{i+1,j}^{n+1} + r_i \cdot \tilde{\Psi}_{i+1,j}^{n+1} - \right. \\ \left. - r_{i+1} \cdot \tilde{\Psi}_{i,j}^{n+1} - 2 \cdot r_i \cdot \tilde{\Psi}_{i,j}^{n+1} - r_{i-1} \cdot \tilde{\Psi}_{i,j}^{n+1} + \right. \\ \left. + r_{i-1} \cdot \tilde{\Psi}_{i-1,j}^{n+1} + r_i \cdot \tilde{\Psi}_{i-1,j}^{n+1} \right] + \frac{\tilde{\Psi}_{i,j+1}^{n+1} - 2 \cdot \tilde{\Psi}_{i,j}^{n+1} + \tilde{\Psi}_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta z^2} \} + \\ + k_2 \cdot \left[\frac{1}{2 \cdot \Delta r^2 \cdot r_i} (r_{i+1} \cdot \Psi_{i+1,j}^n + r_i \cdot \Psi_{i+1,j}^n - \right. \\ \left. - r_{i+1} \cdot \Psi_{i,j}^n - 2 \cdot r_i \cdot \Psi_{i,j}^n - r_{i-1} \cdot \Psi_{i,j}^n + r_{i-1} \cdot \Psi_{i-1,j}^n + r_i \cdot \Psi_{i-1,j}^n) + \right. \\ \left. + \frac{\Psi_{i,j+1}^n - 2 \cdot \Psi_{i,j}^n + \Psi_{i,j-1}^n}{\Delta z^2} \right] \} + 2 \cdot \Psi_{i,j}^n - \Psi_{i,j}^{n-1}, \end{aligned} \quad (22)$$

где k_1 и k_2 – весовые коэффициенты ($k_1 = 0,06$; $k_2 = 0,94$).

Определяли скорость границы канала разряда во всех точках пересечения координатных линий

разностной сетки с его поверхностью из условия на контактном разрыве [14]:

$$\tilde{U}_{r,ik,j}^{n+1} = 0,5 \cdot (U_{r,ik,j}^n + U_{r,ik+1,j}^n) + \frac{\tilde{P}_{ik,j}^{n+1} - 0,5 \cdot (P_{ik,j}^n + P_{ik+1,j}^n)}{\rho \cdot c} \quad (23)$$

Интегрируя по времени скорость канала, определили его радиус на $n+1$ слое. Интегрируя площадь поперечного сечения канала по его длине, получили объём канала на $n+1$ слое. На неподвижных внутренних поверхностях разрядной камеры потенциал ψ определяли из условия непротекания стенки (11), заменяя производную по нормали к границе ее дискретным аналогом. В результате потенциал на стенке равен потенциалу в соседнем со стенкой узле расчетной сетки.

На этапе корректор вычислили сопротивление канала разряда:

$$R_{ck}^{n+1} = \frac{1}{2} A \cdot l_k^2 (\gamma - 1) \left(\frac{1}{P_k^n V_k^n} + \frac{1}{\tilde{P}_k^{n+1} \tilde{V}_k^{n+1}} \right) \quad (24)$$

и силу тока в разрядном контуре:

$$I^{n+1} = I^n + \frac{\Delta t}{L} \left[U_0 - (R_{ck}^{n+1} + R_{sh}) \frac{I^n + \tilde{I}^{n+1}}{2} \right] - \frac{\Delta t}{L \cdot C} \left(S^n + \Delta t \frac{I^n + \tilde{I}^{n+1}}{2} \right). \quad (25)$$

Затем определили давление в канале разряда:

$$P_k^{n+1} = \frac{0,5}{\tilde{V}_k^{n+1}} (\Delta t \cdot (\gamma - 1) \cdot (N^n(t) + \tilde{N}^{n+1}(t) - P_k^n \frac{V_k^n - V_k^{n-1}}{\Delta t} - \tilde{P}_k^{n+1} \frac{\tilde{V}_k^{n+1} - V_k^n}{\Delta t}) + P_k^n \cdot V_k^n), \quad (26)$$

скорость границы канала:

$$U_{r,ik,j}^{n+1} = 0,5 \cdot (U_{r,ik,j}^n + U_{r,ik+1,j}^n) + \frac{P_{ik,j}^{n+1} - 0,5 \cdot (P_{ik,j}^n + P_{ik+1,j}^n)}{\rho \cdot c} \quad (27)$$

и потенциал на границе канала разряда на $n+1$ временном слое:

$$\psi_{i,j}^{n+1} = \psi_{i,j}^n - (P_k^{n+1} - P_0) \cdot \Delta t / \rho_0. \quad (28)$$

По потенциалу вычислили поле скоростей V_r , V_z и давление в разрядной камере. Полученные характеристики использовали для определения поля скорости звука на $n+1$ временном слое по формуле (7).

По скорости движения границы канала разряда вычислили его новое положение на $n+1$ временном слое (R_k^{n+1}). Затем определили располо-

жение границы канала по отношению к узлам дискретной сетки. При новом цикле вычислений исключали из процесса вычисления по формулам (20) и (22) точки, оказавшиеся внутри канала разряда. Благодаря этому приему удалось выполнить расчет гидродинамических процессов в разрядной камере с учетом подвижности границы канала разряда на неподвижной сетке. В точках сетки, расположенных внутри канала, потенциал ψ вычисляли, решая краевую задачу для уравнения (10) на каждом временном слое по методу последовательной верхней релаксации [15]. Таким образом, задача сформулирована в физически и геометрически нелинейной постановке.

ТЕСТИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Тестирование математической модели для электродинамических процессов в разрядном контуре и гидродинамических процессов в разрядной камере выполнили на основе результатов моделирования, приведенных в работе [6].

В [6] были выбраны радиус камеры 200 мм и длина 100 мм. Расстояние между электродами – 100 мм, радиус электродов принят равным радиусу камеры. Напряжение заряда конденсаторной батареи – 50 кВ, индуктивность – 4 мкГн, емкость конденсаторной батареи – 16 мкФ, сопротивление контура – 0,04 Ом, искровая постоянная A принята равной $10^5 \text{ В}^2 \cdot \text{с}/\text{м}^2$ [5]. Полученные результаты представлены на рис. 3, из которого следует, что предлагаемая математическая модель удовлетворительно согласуется с данными работы [6], несмотря на сделанные упрощающие предположения.

Учитывая, что тестирование математической модели [6] выполнено на основе осциллограмм силы тока и напряжения на канале разряда и экспериментальных данных по изменению радиуса оболочки после разряда, можно заключить, что характеристики, полученные по предлагаемой математической модели, также согласуются с данными эксперимента. На рис. 3а,б показано соответственно изменение силы тока и напряжения в канале разряда, на рис. 3в – изменение радиуса канала. Видно, что максимальное отклонение радиуса канала разряда, полученное по предлагаемой модели от данных работы [6], составляет 8–9%. На рис. 3г показано изменение давления в канале разряда. Видно, что величина начального давления больше на 10% в первые 4 мкс, затем различия уменьшаются.

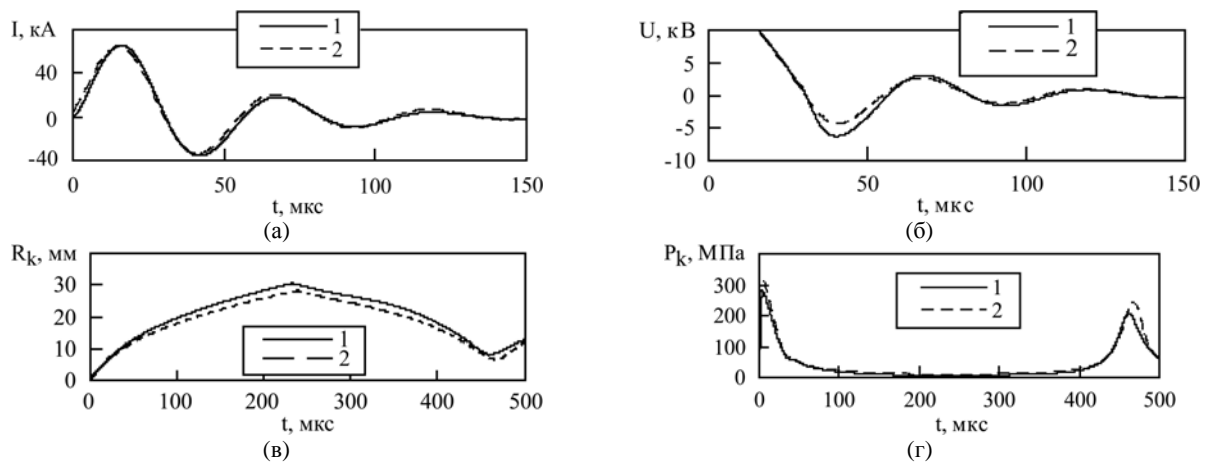


Рис. 3. Сила тока в канале разряда, кА (а); напряжение на канале разряда, кВ (б); радиус канала разряда, мм (в); давление в канале разряда, МПа (г). Условные обозначения: 1 – данные из [6]; 2 – расчет по модели, описанной в этой работе.

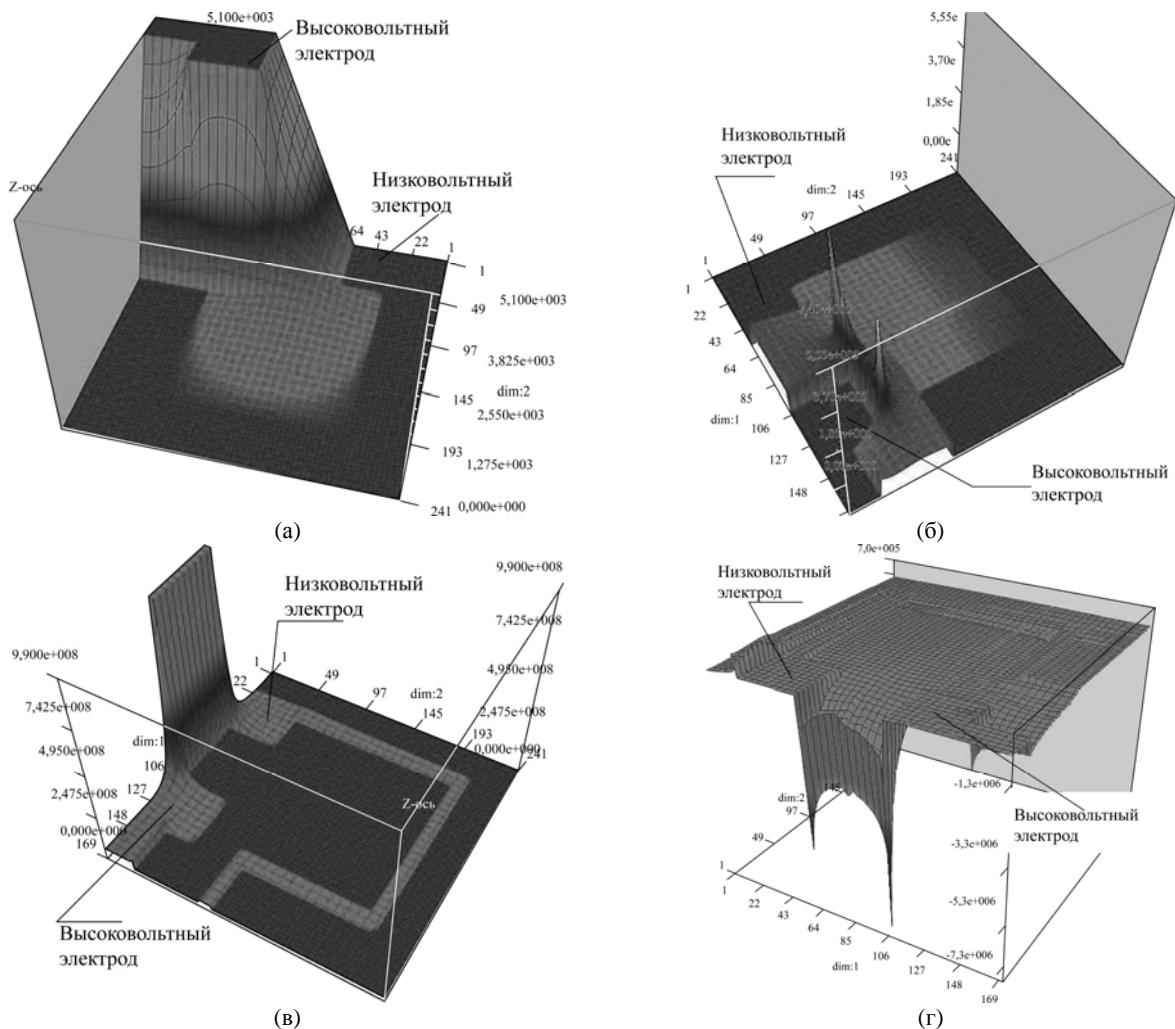


Рис. 4. Распределение электрического скалярного потенциала в разрядной камере (а); распределение напряженности электрического поля в разрядной камере (б); распределение модуля плотности тока в разрядной камере (в); распределение напряженности магнитного поля в разрядной камере (г).

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для расчетов электрического и магнитного полей в данной работе были выбраны следующие параметры разрядной камеры и разрядного контура: радиус камеры – 200 мм, длина камеры – 100 мм. Расстояние между электродами – 50 мм, радиус электродов – 50 мм. Электроды подключены к разрядному контуру по коак-

сиальной схеме (рис. 2), то есть оплетка подводящего кабеля подсоединена к корпусу разрядной камеры со стороны, подключенной к положительному электроду жилы. Толщина стенок камеры – 10 мм. Толщина и ширина изолятора составляет 35 мм. Напряжение на конденсаторной батарее – 50 кВ, индуктивность – 4 мкГн, емкость конденсаторной батареи – 16 мкФ, сопротивление контура – 0,04 Ом, искровая

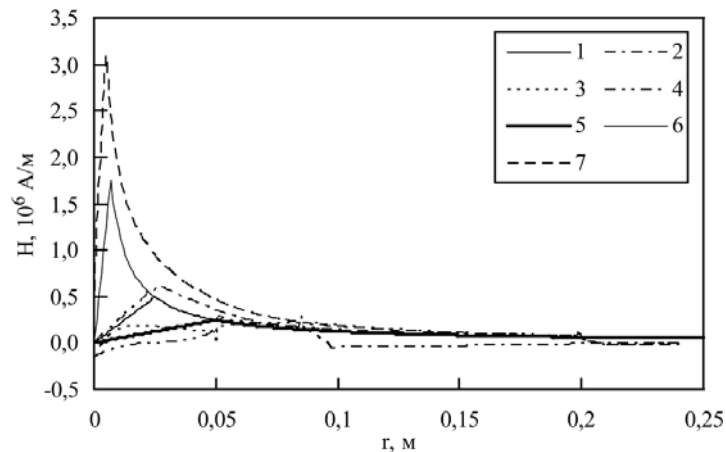


Рис. 5. Распределения напряженности магнитного поля вдоль оси r камеры.

постоянная A принята равной $10^5 \text{ В}^2 \cdot \text{с}/\text{м}^2$. Полученные результаты представлены в виде графиков на рис. 4. Графики получены в момент времени 14 мкс, когда ток составляет порядка 77000 А, а напряжение – 5071 В.

Распределение электрического скалярного потенциала в разрядной камере представлено на рис. 4а, величина напряжения составляет 5071 В. На рис. 4б показано распределение модуля напряженности электрического поля в разрядной камере, которое достигает значений порядка $7 \cdot 10^5 \text{ В}/\text{м}$ в местах концентрации, а именно вблизи ребер высоковольтного электрода. Плотность тока в канале (рис. 4в) составляет $9,8 \cdot 10^8 \text{ А}/\text{м}^2$, в стенках разрядной камеры – от $6,4 \cdot 10^6$ до $6,5 \cdot 10^7 \text{ А}/\text{м}^2$. Модуль напряженности магнитного поля показан на рис. 4г и составляет от $2,5 \cdot 10^4$ до $5,7 \cdot 10^6 \text{ А}/\text{м}$. Повышенные значения напряженности магнитного поля наблюдаются в месте контакта канала разряда с электродами. На рис. 5 представлен график распределения напряженности магнитного поля вдоль оси r камеры в различных ее местах. Для сравнения на рис. 5 показаны известные точные решения распределения напряженности магнитного поля для проводника с током. На рис. 5 цифрой 1 обозначена напряженность магнитного поля, вычисленная по формуле для проводника радиусом, равным радиусу подводящего кабеля (25 мм), цифрой 5 – проводник с таким же радиусом, как у электрода (50 мм), а цифрой 6 – проводник с радиусом 7 мм, равным радиусу канала разряда в момент времени 14 мкс. Цифрами 2, 3, 4, 7 отмечены линии, полученные в результате математического моделирования. Распределение напряженности магнитного поля для кабеля на правой границе расчетной области отмечено цифрой 2. Распределения напряженности магнитного поля на краях высоковольтного электрода и электрода с нулевым потенциалом отмечены цифрами 3 и 4, а цифрой 7 обозначено распределение напряженности в плоскости, перпендикулярной каналу

разряда и проходящей через середину его длины. Магнитное поле в разрядной камере качественно согласуется с магнитным полем для проводника с током, но за счет сложной геометрии разрядной камеры и электродов превышает его напряженность на величину от нескольких процентов вдали от канала разряда и в два раза вблизи канала разряда. Таким образом, формулу для расчета магнитного поля вокруг проводника с током можно использовать для приближенной оценки напряженности магнитного поля в разрядной камере.

ВЫВОДЫ

Анализ переходных процессов в разрядном контуре и гидродинамических процессов в цилиндрической разрядной камере, выполненный по разработанной математической модели, показал, что магнитное поле в разрядной камере согласуется с магнитным полем проводника с током, но за счет сложной геометрии разрядной камеры и электродов превышает его напряженность на несколько процентов вдали от канала разряда и в два раза вблизи канала разряда при коаксиальном подключении кабелей разрядного контура. Поэтому оценку напряженности магнитного поля в разрядной камере в некоторых случаях допустимо производить на основании формулы для расчета магнитного поля вокруг проводника с током.

Напряженность электрического поля при заданных параметрах разряда в местах его концентрации, вблизи ребер высоковольтного электрода достигает значений порядка $7 \cdot 10^5 \text{ В}/\text{м}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вовченко А.И., Богуславский Л.З., Мирошниченко Л.Н. Тенденции развития мощных высоковольтных генераторов импульсных токов в ИИПТ НАН Украины. *Технічна електродинаміка*. 2010, (5), 69–74.
2. Golovashchenko S.F., Bessonov N.M., Ilinich A.M. Two-step Method of Forming Complex Shapes from

- Sheet Metal. *J Mater Process Tech.* 2011, **211**, 875–885.
3. Rohatgi A., Stephens E.V., Soulamy A., Davies R.W., Smith M.T. Experimental Characterization of Sheet Metal Deformation during Electro-hydraulic Forming. *J Mater Process Tech.* 2011, **211**, 1824–1833.
 4. Rohatgi A., Stephens E.V., Soulamy A., Davies R.W., Smith M.T., Soulamy A., Ahzi S. Electrohydraulic Forming of Sheet Metals: Free-forming vs. conicaldie Forming. *J Mater Process Tech.* 2012, **212**, 1070–1079.
 5. Кривицкий Е.В., Шамко В.В. *Переходные процессы при высоковольтном разряде в воде.* Киев: Наукова думка, 1979. 208 с.
 6. Косенков В.М. Влияние длины канала высоковольтного разряда в воде на эффективность пластического деформирования цилиндрической оболочки. *ЖТФ.* 2011, **81**(10), 133–139.
 7. Дубовенко К.В. Учёт взаимодействия плазмы канала подводного электрического разряда с ударной волной, отраженной от стенки камеры. *ЭОМ.* 2013, **49**(1), 30–38.
 8. Щерба А.А., Иващенко Д.С., Супруновская Н.И. Развитие метода разностных уравнений для анализа переходных процессов в цепях электро-разрядных установок при стохастическом изменении сопротивления нагрузки. *Технічна електро-динаміка.* 2013, (3), 3–11.
 9. Щерба А.А., Супруновская Н.И. Моделирование нелинейного сопротивления электроискровой нагрузки для синтеза цепи разряда конденсатора по временным характеристикам. *Технічна електро-динаміка.* 2014, (3), 12–18.
 10. Барбашова Г.А., Иванов А.В. Расчёт двумерного нестационарного течения жидкости при подводном электрическом взрыве проволоки конечной длины. *Гидромеханика.* 1986, **53**, 16–19.
 11. Барбашова Г.А. Зависимость гидродинамической загрузки на метаемую пластину от индуктивности электрической цепи при сварке двух пластин высокоскоростным ударом. *ЭОМ.* 2012, **48**(3), 83–87.
 12. Косенков В.М., Каменская Л.А. Расчет расширения канала электрического разряда в жидкости, описываемой в потенциальном приближении. *Акустический вестник.* 2001, (2), 47–53.
 13. Тамм И.Е. *Основы теории электричества.* М.: Физматлит, 2003. 616 с.
 14. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. *Численное решение многомерных задач газовой динамики.* М.: Наука, 1976. 400 с.
 15. Самарский А.А., Гулин А.В. *Численные методы.* М.: Наука, 1989. 432 с.

Поступила 06.11.14

Summary

A mathematical model of electrical and magnetic fields in the discharge circuit and in the discharge chamber of the electrohydraulic installation is developed, with the account of the influence of hydrodynamic processes on the discharge channel. An algorithm for solving the obtained system of equations by numerical methods is developed. Modeling of the expansion of the discharge channel in water is made in a geometrically nonlinear formulation yet on a fixed finite-difference grid. The mathematical model and algorithm are tested by comparison with the experimental data. An analysis of the electric and magnetic fields of the discharge chamber of the electrohydraulic installation is fulfilled.

Keywords: water discharge, discharge circuit, discharge chamber, mathematical model, transients, electric field, magnetic field, electrohydraulic installation.