

Гидродинамические аспекты высоковольтного инфильтрационного наногенератора

Ф. П. Гросу,^{*} М. К. Болога, И. В. Кожевников

*Институт прикладной физики,
г. Кишинев, MD-2028, Молдова, *e-mail: mbologa@phys.asm.md*

Поступила в редакцию 28.07.2020

После доработки 18.11.2020

Принята к публикации 20.11.2020

Рассмотрены гидродинамические аспекты функционирования высоковольтного инфильтрационного наногенератора с использованием потенциальной энергии жидкости, поступающей в фильтр Шотта. Посредством образования двойного электрического слоя указанная энергия переходит в электрическую благодаря эффекту трибоэлектризации при инфильтрации диэлектрической жидкости через пористую структуру. Для решения возникших задач на участке инфильтрации в уравнения гидродинамического потока введены два локальных эффективных параметра: механической плотности и динамической вязкости, выведены рабочие уравнения движения жидкости и найдены их решения для скорости и расхода, определяющих электрические характеристики наногенератора: электрический заряд и потенциал, а также физические соотношения между ними посредством объемного расхода жидкости.

Ключевые слова: наногенератор, фильтр Шотта, инфильтрация, скорость и расход жидкости, пористая структура, трибоэлектризация, электрический заряд, электрический потенциал, эффективные плотность и вязкость

УДК 532.54:541.13

<https://doi.org/10.52577/eom.2021.57.3.62>

ВВЕДЕНИЕ

За последнее время наблюдается возрастающая тенденция к оптимизации тепло- и массообменных процессов и миниатюризации соответствующей аппаратуры, что продиктовано необходимостью максимального уменьшения теплообменных площадей и габаритов, увеличения удельных тепловых нагрузок. Соответственно требуется совершенствование существующих, обоснование и разработка новых методов и приемов подвода и отвода тепла. Применительно к электрогидродинамическим (ЭГД) методам интенсификации процессов переноса важным является обеспечение компактных, высокоэффективных, легкорегулируемых аппаратов, что связано с явлениями максимальной зарядки и прокачки рабочих жидкостей. Более того, весьма важным является автономное функционирование ЭГД систем. Среди различных возможностей генерирования электрического поля использована электризация непроводящих теплоносителей при их прохождении через пористые диэлектрические структуры (ПДС). Физико-инженерная сущность этих приемов основана на зарядке жидкости и прокачке ее через теплообменную систему миниатюрными ЭГД преобразователями (насосами), для питания которых требуется не более десятков милливатт. Для достижения этих целей в работе [1] использован эффект трибоэлектричества, электризации пористой диэлектрической структуры при прокачке через нее диэлектрической жидкости [2]. Это свойство полимеров

используется при создании трибоэлектрических наногенераторов (НГ), преобразующих механическую энергию, в частности окружающей среды, в электрическую [3–5] и названных «нано» по шкале преобразуемых ими энергий. Соответствующее устройство назовем «генерирующим заряды» (УГЗ), что адекватно его назначению. Физическая сущность УГЗ рассматривается с использованием установки [6], схема которой приведена на рис. 1. Величина генерируемых зарядов Q определяет потенциал U на ПДС, который, в свою очередь, как физически обосновано и экспериментально подтверждено, прямо пропорционален объему жидкости $V(t)$ (полиэтилсилоксановой (ПЭС-1)), проходящей через пластину ПДС (толщиной $z_0 = 3$ мм) за время t . Процесс генерирования зарядов целесообразно начать с изучения гидродинамических особенностей течения жидкости через УГЗ. Не вдаваясь в детали физико-химических механизмов разделения зарядов в УГЗ, можно априори констатировать, что с феноменологических позиций гидродинамические эффекты как более инерционные являются определяющими и протекают практически без заметного обратного влияния на них электрических эффектов, представляющихся в этом плане определяемыми. Об этом свидетельствует и то, что введенные гидродинамические макропараметры (механическая плотность γ_0 и динамическая вязкость η_0 жидкости) для описания наблюдаемой физической картины ее течения сквозь пористый материал оказались оправданными. Совпадение экспериментальной и теоретической

кривых электрического потенциала как функций от времени $\varphi(t)$ адекватно отражает сущность процессов, протекающих в УГЗ. В действительности же задача в комплексе является *электродинамической*, требующей для строгого рассмотрения полной формулировки и решения системы ЭГД уравнений, усложненной уравнениями химической кинетики [7]. Однако возникшие трудности, как отмечалось, преодолены введением в уравнения движения жидкости для участка ПДС эффективных коэффициентов механической плотности и динамической вязкости. Поэтому подход к решению задачи можно назвать *методом эффективных коэффициентов*.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Схема, приведенная на рис. 1, представляет собой сосуд 4 (проградуированный резервуар с рабочей жидкостью), снабженный стеклянным краном 5, посредством которого в фильтрующую воронку Шотта 2 регулируемо, подается рабочая жидкость до определенного уровня $z_* = H = 40$ мм. В свою очередь, из сосуда 2 под напором веса колонны жидкости общей высотой $(z_* + z_0)$ поступала в пористую структуру фильтра Шотта 1, в котором происходила электризация жидкости и фильтра. Наэлектризованная жидкость попадала в цилиндрическую мензурку 7, расположенную на фторопластовой подложке 6, где фиксировался общий объем $V(t)$, хронометрировалось время t ее наполнения. Посредством металлической сетки (1,5×1,5) мм, расположенной на границе между ПДС и нижним основанием сосуда 2, электростатическим киловольтметром 3 (С196) измерялся электрический потенциал ПДС. На рис. 1 указаны знаки зарядов в системе «ПДС 1 – сосуд 2»; твердый диэлектрический каркас заряжен положительно, а жидкость – отрицательно в соответствии с правилом [8], согласно которому среда с большей диэлектрической проницаемостью при контакте заряжается положительно. В экспериментах, помимо электрического потенциала как функции времени $\varphi(t)$, регистрировались и другие параметры, такие как влажность и температура окружающей среды, объем пройденной через УГЗ жидкости, равный (для напора):

$$V = \pi R^2 z_*, \quad (1)$$

где $R = d/2$ – радиус и диаметр сосуда 2, z_* играет роль коэффициента перевода объема V жидкости

в сосуде 2 в высоту напора, которая принимает значения в соответствии с формулой (1).

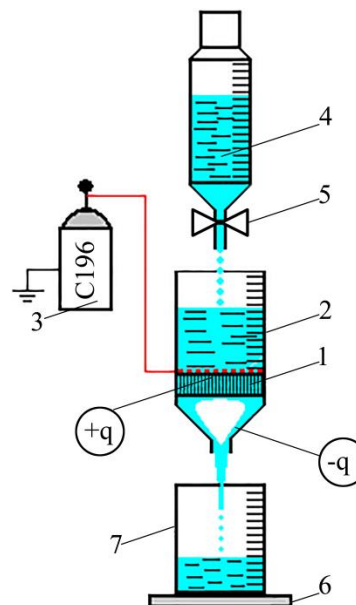


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 – пористая диэлектрическая структура (ПДС); 2 – фильтрующая воронка Шотта; 3 – киловольтметр; 4 – резервуар с диэлектрической жидкостью; 5 – стеклянный кран; 6 – фторопластовая прокладка; 7 – цилиндрическая мензурка.

2. МОДЕЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

В основе эффекта электризации, о которой идет речь, лежит понятие двойного электрического слоя, возникающего на границе раздела: твердое тело (материал ПДС) – движущаяся жидкость. При этом на поверхности твердого тела обычно сосредоточен плотный и механически устойчивый, положительно заряженный слой, называемый слоем Гельмгольца. Подвижная диэлектрическая жидкость представляет собой второй, диффузионный слой, подвижный и гораздо большей толщины – в нашем случае отрицательный. Основная роль прокачиваемой жидкости сводится к выносу зарядов из диффузионного слоя за пределы УГЗ, при этом она оставляет за собой положительно заряженную пластину Шотта, тем самым обеспечив генерирование в виде разделенных зарядов за счет прокачки жидкости [9]. Пространство ПДС, занятое движущейся жидкостью, носит лабиринтный характер, ограничено со всех сторон кусочками сферических твердых поверхностей (по форме гранул). Центральное место в системе УГЗ занимает гидродинамическая часть, отражающая физико-математические закономерности движения жидкости, в связи с чем рассмотрим их под углом зрения математической формулировки и решения возникающих задач.

2.1. Генерирование заряда и потенциала за счет течения жидкости

Из общих физических соображений покажем, что объем жидкости как функции времени $V(t)$ определяет генерируемый электрический заряд $Q(t)$ и потенциал пластины ПДС $\varphi(t)$ в соответствии с экспериментальными данными. Для этого заметим, что начальный заряд Q_0 одновременно является зарядом насыщения ПДС и зарядом предельного двойного электрического слоя как конденсатора емкости C_0 , возникшей при полном заполнении пористой диэлектрической структуры рабочей жидкостью. Дальнейший рост заряда обеспечивается лишь за счет увеличения площади контакта рабочей поверхности ПДС при инфильтрации новых порций электронейтральной проточной жидкости, поступающей из сосуда 2 на смену отработанных порций. Предположим, что начальной площадке S_0 соответствует начальный объем жидкости V_0 (ячейка). Тогда заряд ПДС будет начальным и равным (минимальному) Q_0 , а потенциал, как для двойного слоя – ζ -потенциал, равный начальному потенциалу φ_0 двойного электрического слоя (ДЭС) для данной конструкции УГЗ, причем связь между этими параметрами следующая:

$$Q_0 = C_0 \varphi_0. \quad (2)$$

Оценки по формуле (2) показывают, что начальные генерируемые потенциалы являются ζ -потенциалами с небольшими значениями $\varphi_0 \sim 1$ В. Возникает вопрос, как достигается этот потенциал (до сотен и тысяч В) в наногенераторе. Частично на этот вопрос уже ответили: за счет увеличения площади контакта с пластиной ПДС изнутри, которая, в свою очередь, растет за счет непрерывного поступления жидкости в ПДС. В процессе инфильтрационного трения происходит ее ионизация с последующим разделением зарядов: положительных – на каркас ПДС, отрицательных – на вынос за пределы ПДС несущей жидкостью. При более детальном рассмотрении данного вопроса отметим, что прохождению объема V_0 соответствует трибоэлектрическая обработка через УГЗ «элементарной» рабочей поверхности S_0 . Тогда прохождение объема $V(t)$ равносильно контакту жидкости с рабочей поверхностью УГЗ по площади, равной:

$$S(t) = \frac{V(t)}{V_0} \times S_0 \equiv \xi(t) \times S_0, \quad (3)$$

где $\xi = (V/V_0)$ – число «элементарных» площадей S_0 (или объемов V_0), прошедших ЭГД обработку в фильтре ПДС. С физической точки зрения

важно понять, что показания киловольтметра возросли в ξ раз не за счет роста начальной емкости, как могло бы казаться из формул (2), (3), ибо начальная емкость C_0 определяется геометрическими параметрами ПДС и диэлектрической проницаемостью жидкости, а за счет повышения заряда Q_0 , то есть за счет обычной емкостной зарядки ДЭС, и вместо формулы (2) при последующих актах зарядки будем иметь:

$$\begin{aligned} Q(t) &= \xi Q_0 = C_0 \varphi(t) \Rightarrow \\ \varphi(t) &= (Q_0 / C_0) \times \xi(t) \equiv \\ &\equiv \varphi_0 \times \xi(t) = \varphi_0 \times (V/V_0). \end{aligned} \quad (4)$$

Следовательно, согласно (4) НГ повышает в ξ раз и заряд, и потенциал, оставляя исходную емкость C_0 без изменений, равной начальной. Предстоит найти основные гидродинамические характеристики течения: скорости и расхода жидкости, другими словами, определяющий параметр $\xi = (V/V_0)$, через который выражаются остальные.

2.2. Вывод уравнения движения жидкости через канал УГЗ

Задача в целом, как отмечалось, носит электрогидродинамический характер, но в порядке подхода к ее решению попытаемся обойти сложный прямой метод ЭГД и химической кинетики указанным выше методом *эффективных коэффициентов*. Итак, z^* по-прежнему высота уровня жидкости в сосуде 2, отсчитанная от металлической сетки вверх. По полной высоте колонны жидкости в УГЗ ($z^* + z_0$) выделим, коаксиально цилиндру 2 радиусом R , затопленный цилиндр текущим радиусом $r < R$, который движется вниз под действием силы тяжести обеих колонн (затопленная двойная колонна $z^* + z_0$), с одной стороны, и противодействующей силы вязкого трения, с другой. При этом движение весьма медленное, в силу чего предполагается ламинарным и равномерным. Что касается давления, то на торцах колонна жидкости сообщается с атмосферой (рис. 1), поэтому оно постоянное вдоль всей колонны и равно атмосферному давлению, следовательно, его градиент в уравнении баланса сил исчезает ($\nabla p = 0$). Таким образом, исходное уравнение имеет вид:

$$\begin{aligned} \gamma V \times g + \gamma_0 V_0 \times g &= \\ = \eta \times 2\pi r z^* \times \left. \frac{dv}{dr} \right|_* + \eta_0 \times 2\pi r z_0 \times \left. \frac{dv}{dr} \right|_0. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $V = \pi r z^*$, $V_0 = \pi r^2 z_0$ – объемы выделенных цилиндров; $2\pi r z^*$; $2\pi r z_0$ – площади их боковых

поверхностей. Уравнение (5) относительно скорости жидкости v в двухколонном составе получено в соответствии с законом вязкого трения Ньютона в одномерном (одноколонном) течении. Применение метода можно встретить в широко известной литературе, например, в монографии Шлихтинга, при выводе классической формулы Хагена-Пуазейля [10]. Актуальность и новизна предпринятого исследования просматриваются в постановке задачи. В части гидродинамики она примечательна двухколонным вертикально вниз течением жидкости, типа Пуазейля, под действием силы тяжести. Не меньший интерес представляет задача в плане электрофизики – возможностью генерирования электрического потенциала при инфильтрации с соответствующими закономерностями сопутствующих при этом явлений. Вернемся, однако, к уравнению (5), заметив сначала, что, помимо геометрических параметров толщины ПДС z_0 и ее объема V_0 , в (5) фигурируют еще два гидродинамических параметра: плотность жидкости γ_0 и ее динамическая вязкость η_0 , специфичные для жидкости внутри пластины ПДС. Неразрывное же совместное движение двух колонн разной жидкости будем рассматривать как движение двух тел с различными параметрами. Первое слагаемое правой части (5) относится к колонне жидкости в сосуде 2, второе – к колонне в пределах ПДС. Вводим понятие средневзвешенной скорости v_* посредством ее радиальной средневзвешенной производной, отмеченной индексом «с», $\left. \frac{dv_*}{dr} \right|_c$, которая определяется из (5)

равенством со статистическими весами ηz_* и $\eta_0 z_0$:

$$\begin{aligned} \eta \times 2\pi r z_* \left. \frac{dv}{dr} \right|_* + \eta_0 \times 2\pi r z_0 \times \left. \frac{dv}{dr} \right|_0 &\equiv \\ \equiv -2\pi r \times \left. \frac{dv_*}{dr} \right|_c (\eta z_* + \eta_0 z_0). \end{aligned} \quad (6)$$

Знак « \rightarrow » в (6) связан с тем, что скорость убывает с ростом расстояния r от оси цилиндра. Как следует из этого определения, средневзвешенная производная $\left. \frac{dv_*}{dr} \right|_c$ должна быть равной некоторому промежуточному значению производных левой части (6). Аналогично сама скорость v_* должна отражать некоторую среднюю по всему активному участку канала сосудов 2 + ПДС. Указанное усреднение, очевидно, в какой-то мере сглаживает ошибки, возникающие в связи с переходными явлениями на стыке колонн. Примечательно, что, приравняв правую часть (6) левой части (5), получим простое дифференциальное уравнение для

средневзвешенной усредненной скорости v_* погружения двух неразрывных затопленных колонн жидкости вглубь самой себя:

$$\frac{dv_*}{dr} = -\frac{1}{2} \times A(z_*) \times gr; \quad A(z_*) \equiv \frac{\gamma z_* + \gamma_0 z_0}{\eta z_* + \eta_0 z_0}, \quad (7)$$

где, ради простоты, вертикальная черта при производной опущена. Это и есть искомое модельное уравнение. Оно описывает некоторое также модельное течение через исследуемый наногенератор, предполагаемое достаточно близким к интересующему нас. Структура уравнения (7) указывает на зависимость скорости v_* от коэффициента $A(z_*)$ как от параметра, а символ (*) при z_* служит для того, чтобы отличить величину z_* от текущей координаты z , и подчеркивает, что в дифференциальном уравнении (7) по независимой переменной r величина z_* играет роль фиксированного параметра. Интересно заметить, что указанная зависимость $A(z_*)$ через параметр z_* физически обязана наличию в канале пластины ПДС, ибо, положив в выражение (7) ее толщину $z_0 = 0$, величину A переведем в простую константу жидкости обычной гидродинамики $A = 1/\nu$ [11], что косвенно свидетельствует и о корректности соотношений (7). Таким образом, последние два равенства представляют случаи вырождения задачи. Последующие зависимости от времени, вытекающие из данных соотношений, связаны с наличием той же пластины ($z_0 \neq 0$).

РЕШЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Введение параметров z_* и $A(z_*)$ в задачу имеет свои последствия, проявляющиеся в зависимости ее решения своеобразным образом от времени. Прежде чем приступить к рассмотрению соответствующих особенностей, найдем зависимости скорости и расхода от напора z_* . Для ясности следует заметить, что опускание или подъем рассматриваемого уровня невидимы глазом, поскольку уровень поддерживается постоянно затопленным добавлением жидкости из сосуда 4 в 2. Уровень z_* движется вместе с выделенной колонной, и зависимости от z_* рассмотрим ниже. А единственной адекватной мерой вариаций этой величины служит объем рабочей жидкости в соответствии с формулой (1) и измерениями, сделанными с помощью мензурки 7 (рис. 1).

3. СКОРОСТЬ И РАСХОД КАК ФУНКЦИИ ПАРАМЕТРА z_*

Проинтегрировав уравнение (3) по r с учетом условия

$$v_*(r)|_{r=R} = 0,$$

найдем распределение скорости по поперечному сечению канала, которое является единым для всего канала модельным течением:

$$v_*(r) = \frac{gR^2 A(z_*)}{4} \times \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right). \quad (8)$$

Эта скорость различна для разных напоров z_* , но одинакова для всех поперечных сечений канала, что вполне естественно. При толщине ПДС $z_0 = 0$ формула (8) переходит в формулу для равномерного погружения одиночной затопленной колонны жидкости высотой z_* под действием собственного веса с учетом вязкого трения через вертикальную, открытую с обоих концов трубку с основным напорным коэффициентом $A = 1/\nu$. Хотя уже известно, что это случай вырождения, подлежащий отбрасыванию, рассмотрим, к чему могут привести решения вырожденной задачи. Как следует из (7), функция $A(z_*)$ дробно-линейная и может быть как возрастающей, так и убывающей в зависимости от входящих в ее состав коэффициентов. Чтобы выяснить этот вопрос, находим производную:

$$A'(z_*) = \frac{\gamma\gamma_0 z_0 (\nu_0 - \nu)}{(\eta z_* + \eta_0 z_0)^2}. \quad (9)$$

Поскольку порам ПДС с целью учета сил более существенного гидродинамического сопротивления жидкости приписываем заведомо большую эффективную кинематическую вязкость, то есть полагаем $\nu_0 > \nu$, то констатируем возрастающий характер функции $A(z_*)$, а вместе с ней такой же характер изменения скорости течения по мере роста напора. Это является естественным теоретическим выводом, подтвержденным существующими экспериментальными данными. Величина z_* с точностью до постоянного множителя служит и объемом жидкости (1), поэтому сказанное относится и к объему. В то же время, что особенно примечательно, параметр z_* является координатой поверхности уровня напора, причем, как показано ниже, зависимой от *времени*, что придает всему течению независимость от координат и зависимость от одного-единственного независимого переменного – времени t . Однако для дальнейших выводов предварительно следует найти среднюю скорость и расход жидкости. Согласно формуле (8) расход жидкости:

$$G = \int_{(S)} v_*(r) \times dS = \int_0^R v_*(r) \times 2\pi r \times dr \Rightarrow \\ \Rightarrow G = (\pi/8) \times gR^4 \times A(z_*). \quad (10)$$

Этим равенством определяется и средняя по сечению канала скорость:

$$\bar{v}_* = G/S = (1/8) \times A(z_*) \times gR^2. \quad (11)$$

Для случая одиночной колонны ($z_0 = 0$; $z_* \neq 0$), то есть течения жидкости вертикально вниз по трубе под действием силы тяжести, из (10) и (11) получим формулы, выведенные из формул Пуазейля [11], если в них заменить, согласно (7), $A(z_*)$ на $1/\nu$, а $(-\Delta p/l)$ на γg – плотность силы тяжести, под действием которой происходит течение. Это позволяет заключить, что указанные формулы, подчиняясь необходимому принципу следования от общего к частному, остаются справедливыми и для двухколонных неразрывных течений, отраженных параметром $A(z_*)$, но не встреченных авторами в доступной литературе по гидродинамике.

4. СКОРОСТЬ И РАСХОД КАК СЛОЖНЫЕ ФУНКЦИИ ВРЕМЕНИ $z_*(t)$

До сих пор переменная z_* играла роль фиксированного параметра, а скорость движения жидкости рассматривалась как зависящая от радиальной координаты и поддерживаемая постоянной благодаря непрерывному доливанню жидкости из сосуда 4 в сосуд 2. Зависимости от координаты z_* следует понимать в том смысле, что различным напорам z_* соответствуют различные, но фиксированные расходы, согласно формулам (10), (11). Однако если уровень напорной метки неподвижен, то это не означает равенство нулю скорости течения. Просто в этом случае скорость следует определить по расходу, используя формулу (1) перевода V через z_* . Впрочем, это всегда рекомендуется делать во избежание ошибок, в частности, связанных с неточностями при определении уровня напора. При этом найдем:

$$G = \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt}(z_* S) = \pi R^2 \times \frac{dz_*}{dt} = S \times \bar{v}_*, \quad (12)$$

следовательно, полученная модифицированная скорость жидкости (11) есть мера ее зависимости от уровня $z_*(t)$, как от сложной функции времени t .

4.1. Зависимость $\xi(t)$

Выше отмечалась особая роль параметра z_* , превратившегося из параметра в переменную, обозначавшую координату сечения уровня напора как сложную функцию времени $z_*(t)$. Это привело к тому, что в конечном счете от уравнения (11) с параметром z_* удалось перейти

к обыкновенному уравнению с разделяющимися переменными:

$$\begin{aligned} \bar{v}_*(z_*) &= \frac{dz_*}{dt} \Leftrightarrow \frac{8}{gR^2} \times \frac{dz_*}{A(z_*)} = \\ &= dt \Leftrightarrow \frac{8}{gR^2} \int \frac{\eta z_* + \eta_0 z_0}{\gamma z_* + \gamma_0 z_0} dz_* = \int dt, \end{aligned} \quad (13)$$

интегрирование которого приводит к выражению:

$$\begin{aligned} \frac{8}{gR^2} \left(\frac{\eta z_*}{\gamma} + \frac{\Delta}{\gamma^2} \times \ln(\gamma z_* + \gamma_0 z_0) \right) &= \\ = t + C; \quad \Delta = \gamma \gamma_0 z_0 (v_0 - v). \end{aligned} \quad (14)$$

Относительно начального условия для нахождения постоянной интегрирования C в (14) заметим, что если рассматривать опускание уровня z_* , то при $t = 0$ должно быть $z_* = H$, а $t = 0$ соответствовало бы времени полного падения уровня. В нашем же случае речь идет о росте скорости под действием напора, поэтому начальному напору ($z_* = 0$) приписываем начальный момент времени $t = 0$. С учетом этого для определения константы C в (14) следует полагать $z_* = 0$ при $t = 0$. Найдя постоянную интегрирования

$$C = \frac{8}{gR^2} \times \frac{\Delta}{\gamma^2} \times \ln(\gamma_0 z_0)$$

и переходя к безразмерным величинам, из (14) получим:

$$\xi + b \times \ln(\alpha \xi + 1) = \tau; \quad (15)$$

$$\tau \equiv t / t_0; \quad \xi \equiv z_* / z_0; \quad 0 \leq \xi \leq (H / z_0) \equiv \xi_{\max},$$

где помимо (15) введены новые обозначения:

$$t_0 = (8v z_0) / (gR^2); \quad 0 \leq t \leq t_H; \quad \alpha = \gamma / \gamma_0;$$

$$\beta = \eta / \eta_0; \quad v = \eta / \gamma;$$

$$b = \beta^{-1} - \alpha^{-1}. \quad (16)$$

Зависимость (15) безразмерного уровня $\xi(\tau) = z_* / z_0 = V / V_0$ следует понимать как безразмерный объем жидкости, прошедший через УГЗ, за безразмерное время τ при доливаемой жидкости, поддерживающей $z_* = \text{const}$, при неограниченном увеличении пропускаемого через УГЗ количества жидкости.

4.2. Линейные и корневое приближения для $\xi(\tau)$

Нелинейность по времени $\xi(\tau)$ из-за логарифмической нелинейности в (15) приводит к некоторым обстоятельствам, усложняющим дальнейший анализ формулы (15). В этой связи рассмотрим некоторые приближенные случаи,

получаемые из (15) как частные. При $b = 0$, то есть в случае вырождения двухколонного течения в одноколонное $v_0 = v \Leftrightarrow z_0 = 0$ (выродившийся случай), имеем простейшее линейное по времени решение и равномерное движение вниз одиночной колонны « z_* », описываемое уравнением движения жидкости при своих параметрах (ρ, η):

$$\xi(\tau) = \tau \Leftrightarrow z_* = (z_0 / t_0) \times t \quad (17)$$

в виде биссектрисы (формально, поскольку $z_0 = 0$) – рис. 2 (прямая 1), которая с учетом (16) переходит в смысловое, размерное уравнение:

$$z_* = \frac{gR^2}{8v} \times t. \quad (17a)$$

описывающее равномерное течение Пуазейля со средней скоростью $gR^2/8v$, с точки зрения перемещения вниз по течению напорного уровня z_* (или любого поперечного сечения цилиндрического течения), как функцию времени. Оценки по приведенным формулам приводят к весьма внушительным скоростям $\sim 10^2$ м/с при $R \sim 1$ см, и это не удивительно, поскольку речь идет почти о «свободном падении» жидкости вниз по трубе при наличии единственного тормозящего фактора – силы вязкого трения. В действительности же гораздо раньше (при скоростях ~ 1 м/с) возникнет турбулентность, поэтому соответствующее течение не будет реализуемо ввиду выхода течения из класса пуазейлевских. Впрочем, можно указать целый класс течений, в которых их вертикальность в рамках ламинарных задач должна проявляться. Это вертикальные течения в узких трубках и целевых каналах (капиллярах), которые пока не входят в нашу тематику. Имеющими непосредственное отношение к решаемой задаче являются два приближения, к рассмотрению которых переходим. Прежде всего, уравнение (15), будучи трансцендентным, приходится решать приближенно. Для этого предварительно оценим величину произведения $\alpha \xi$. При $0 \leq \alpha \xi \leq 1$, то есть на начальных стадиях процесса, с достаточной для практических (оценочных) целей степенью точности в разложении логарифмической функции (15) в степенной ряд можно ограничиться квадратичным членом:

$$\xi^2 - 2\xi(1 + b \times \alpha) / b\alpha^2 + 2\tau / b\alpha^2 = 0. \quad (18)$$

Отсюда в линейном приближении по ξ получим линейную по времени зависимость, но слабее, чем биссектриса (с меньшим угловым коэффициентом), имеющую непосредственный физический смысл к рис. 2 (прямая 2), уравнение которой с учетом обозначений (16) примет вид:

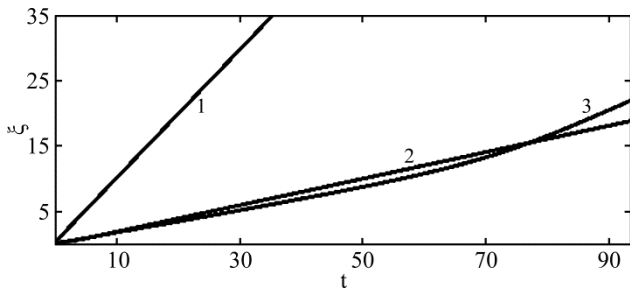


Рис. 2. Качественные теоретические приближенные зависимости: биссектриса (17) – прямая 1, нереализуемое течение типа Пуазейля, (19) – прямая 2, линейное, практически важное приближение; кривая 3 (21) – корневая зависимость.

$$\xi = \frac{1}{1+b\alpha} \tau \equiv k\tau; k \equiv \frac{1}{1+b\alpha} \Rightarrow \xi = \frac{\nu}{\nu_0} \times \tau. \quad (19)$$

С учетом (16) из формулы (19) следует:

$$z_* = \frac{gR^2}{8\nu_0} \times t \Rightarrow \bar{\nu}_0 \equiv \frac{gR^2}{8\nu_0}, \quad (19a)$$

где формула (19a) отражает скорость течения жидкости через рабочий сосуд 2 на начальных стадиях движения, обозначенную $\bar{\nu}_0$ согласно последней формуле (19a). Однако пользоваться этой формулой пока невозможно, поскольку она содержит неизвестный эффективный коэффициент ν_0 , который подлежит нахождению на основе экспериментальных данных. Кстати, адекватное нахождение интересующих нас важных эмпирических коэффициентов, введенных в качестве компенсирующих факторов гидравлическому сопротивлению, оказываемому движению жидкости пластиной ПДС фильтра Шотта, представляет собой особенную задачу, требующую отдельного рассмотрения, например, на основе метода наименьших квадратов. Сейчас же ограничимся качественными оценками, подтверждающими основные выводы по общему подходу к постановке и решению задачи. Поскольку, как уже упоминалось, следует ожидать $\nu_0 \gg \nu$, то на это и будем ориентироваться при численных оценках. Так, опыты показывают, что по порядку величины скорости инфильтрации составляют $\sim 1 \text{ мм/с} = 10^{-3} \text{ (м/с)}$ – малая величина, однако не забудем, что это скорость жидкости после прохождения через фильтр ПДС. По величине этой скорости и по формуле (19a), зная $R \sim \times 10^2 \text{ м}$, можно оценить эффективный параметр в $\nu_0 \sim (10^2 - 10^1) \text{ м}^2/\text{с}$ вместо де-факто $\nu = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ [8]. Таким образом, наличие фильтра равносильно увеличению вязкости прокачиваемой жидкости на 4–5 порядков и во столько же раз уменьшению скорости. Правда, переход к нелинейным решениям заведомо приведет к более высоким значениям скоростей и, следовательно, к более низким значениям эффективной

вязкости, что подлежит внимательному рассмотрению и уточнению. А теперь вернемся к приближению, являющемуся корневым по времени, как содержащий корень квадратного уравнения (18):

$$\xi = [(1+b\alpha)/b\alpha^2] - \sqrt{[(1+b\alpha)/b\alpha^2]^2 - ct};$$

$$c \equiv 2/(t_0 b \beta^2). \quad (20)$$

Второй корень (18) отбросим как неудовлетворяющий начальному условию. Уравнение (20) является двухпараметрической корневой зависимостью общего вида (рис. 2, кривая 3):

$$\xi(t) = B - \sqrt{B^2 - ct}, \quad (21)$$

где введено обозначение согласно (20):

$$B \equiv \frac{1+b\alpha}{b\alpha^2} \equiv \frac{1}{\alpha - \beta}, \quad (21a)$$

причем функция (21) $\xi(t)$ задана на полуоткрытом интервале $0 \leq t < B^2/c$ ввиду обращения производной $\xi'(t)$ на правом конце интервала в бесконечность. Поэтому при расчетах значения аргумента и функции на правом конце интервала следует оценивать с недостатком, исходя из требуемой точности решения задачи. Как показывают оценочные расчеты, зависимость вида (21) хорошо описывает опытные данные. Относительно точности формул линейного приближения (19), (19a) и нелинейного (корневого) (21) можно отметить, что последняя практически на всем интервале своего задания ($0 \leq t < B^2/c$) должна давать точные результаты согласно точному решению уравнений (20), (21) в отличие от формул (19), которые тем точнее, чем меньше аргумент функции. Кроме того, если формула (21) более общая, то из нее должна следовать как частный случай формула (19). Чтобы показать это, подставим формулу (21a) в (21) с учетом обозначений (15), (16). Пользуясь при $x \ll 1$ формулой $\sqrt{1-x} \approx 1 - (x/2)$, получим в точности:

$$\xi = B - \sqrt{B^2 - ct} = B \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2\nu\tau}{B\nu_0}} \right) \approx$$

$$\approx B \left(1 - 1 + \frac{2\nu\tau}{2B\nu_0} \right) = \frac{\nu}{\nu_0} \times \tau,$$

формулу (19), что свидетельствует и о корректности выкладок. О точности, резюмируя, можно констатировать, что корневая зависимость (21) с точностью до ξ^2 включительно справедлива на всем интервале $0 \leq t < B^2/c$, а линейная аппроксимация (19), как частный случай (21), справед-

лива с меньшей точностью до ξ включительно при более слабом условии $t \ll B^2/c$, что свидетельствует в пользу корневого приближения.

4.2.1. Сравнение с экспериментом

В качестве примера приведем теоретический график кривой (21) по ориентировочным экспериментальным отвлеченным данным: $B = 25$; $t = 90$ мин; $c = 6,94$ мин⁻¹, рис. 2 (кривая 3). На рис. 2 приведен график прямой 2 (19) с угловым коэффициентом $\kappa = 0,2$ так, чтобы эта прямая приближенно аппроксимировала бы и кривую 3 в интервале определения функций 2 и 3 ($t < 90$ мин). Отсюда заключаем, что $ba = 4$. Следовательно, полагаем $\alpha \approx 1 \Rightarrow b = \beta^{-1} - \alpha^{-1} \Rightarrow \beta = 0,2 \Rightarrow \eta_0 = 5\eta$. Таким образом, эффект торможения скорости течения жидкости пластиной ПДС по приближениям 2, 3 (рис. 2) равносильно только пятикратному увеличению вязкости, что говорит о важности степени приближений при оценках. Об этом свидетельствует и то, что прямая 2 и кривая 3 (рис. 2) практически слились, что является хорошей иллюстрацией состоятельности обоих приближений. Что касается нереального случая прямой 1 (рис. 2), то ранее в рамках постановки задачи была дана краткая характеристика, а теперь за ненадобностью проигнорируем его.

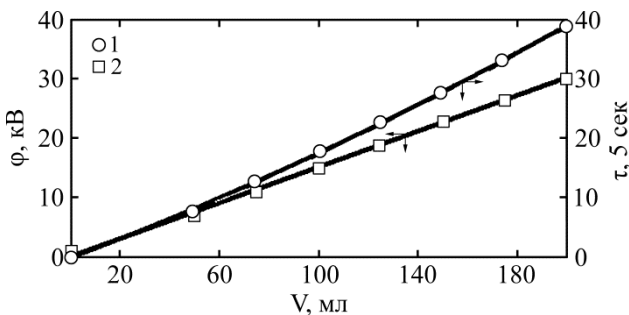


Рис. 3 [6]. Зависимость потенциала генератора от объема жидкости ПЭС-1, протекающей через капиллярную структуру за определенное время τ ($\tau \rightarrow t$): $\varphi(V) \approx 0,15 V$, пройденный объем V за время t : $V(t) = 200(1 - \sqrt{1 - (t/35)})$ (приведенные уравнения служат для качественного подтверждения теории).

Эти гидродинамические особенности процесса генерирования заряда в УГЗ подтверждают и графики на рис. 3 [6]. Прямая 1 на данном рисунке полностью подтверждает прямую пропорциональность потенциала объему жидкости, пропущенному через УГЗ, что продемонстрировано выше. В то же время кривая 2 свидетельствует о правомерности основной зависимости (15), являясь отрезком ее обратной функции, которая по корневому приближению аппроксимируется выражением общего вида (21). Аппроксимирующие ориентировочные

аналитические зависимости к рис. 3 приведены без построения ввиду почти полного повторения, построенных по экспериментальным данным того же рисунка.

Возникает вопрос, как находить основную характеристику $\xi(t)$, отражающую общий расход жидкости, когда время выходит за пределы, допустимые корневой зависимостью (17) ($t > 90$ мин). В нашем случае благодаря наличию явной обратной функции задача решается сравнительно просто, как показано далее.

4.2.2. Использование обратной функции

На случай выхода данных эксперимента за пределы применимости теоретических формул (19), (21) эффективным оказывается использование обратной функции. Посредством уравнения (15) располагаем обратной для $\xi(t)$ функцией $t(\xi)$, которая согласно (15) равна:

$$t = [\xi + b \times \ln(\alpha\xi + 1)] \times t_0. \quad (22)$$

Параметр t_0 находим по формуле (16):

$$c = 2 / (t_0 b \beta^2) \Rightarrow t_0 = 2 / (c b \beta^2) \approx \approx 2 / (7 \times 10 \times 10^{-2}) \approx 2,7 \text{ (мин)}.$$

Полагая в уравнении (22) для большей наглядности $t \rightarrow y$; $\xi \rightarrow x$, получим обратную функцию в привычных обозначениях:

$$y = [x + b \times \ln(\alpha x + 1)] \times t_0;$$

$$b = 10; \alpha \approx 1; t_0 \approx 2,7 \text{ min}, \quad (23)$$

– точное уравнение обратной функции, по которой построены графики на рис. 4; кривые 1–4 достаточно содержательны.

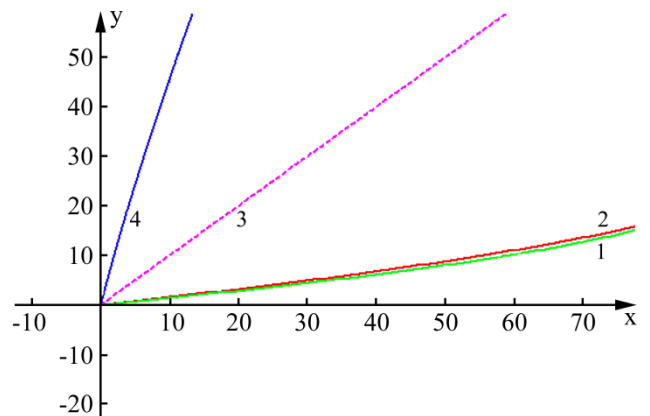


Рис. 4. Использование обратной функции: 1 – экспериментальная кривая; 2 – теоретическая прямая; 3 – разделяющая биссектриса; 4 – обратная функция.

Действительно, во-первых, с точностью до замены местами осей координат кривая 4 дает общее представление о виде точной прямой функции (кривая 1) с ее общими особенностями. Во-вторых, если удалось получить какое-либо

приближение искомой функции (пример – экспериментальная кривая 2), то о степени приближения можно судить по степени симметрии графика рассматриваемого приближения графика обратной функции относительно биссектрисы I координатного угла. В-третьих, по графику обратной функции можно найти ее значения по любому значению аргумента из области задания функции. Рассмотрим это на приведенном ниже примере. Кривая 1 – теоретическое корневое приближение. Видно, что в пределах существования квадратного корня (21) ($t < 90$ мин) приближения весьма симметричны обратной функции относительно биссектрисы. Этим и характеризуется адекватность приближения. Кривые 1, 2 (рис. 4) практически слились, что само по себе говорит о степени совпадения эксперимента и теории. Наконец, если интересуется, например, за сколько минут истечет колонна жидкости высотой $\xi = 40$, что соответствует объему жидкости $V = 40 \times V_0 - 40$ объемов ПДС, то ответ таков: за 150 мин. Ответ найден по точке (40; 150) кривой 4. Таким образом, если прямую функцию сложно или вовсе нельзя найти, но удастся установить обратную, то это равносильно решению задачи.

4.3. Скорость как функция времени

Найдем соответствующую теоретическую зависимость скорости течения жидкости от времени, исходя из неявного вида функции (15):

$$F(\tau, \xi) \equiv \xi + b \ln(\alpha \xi + 1) - \tau = 0. \quad (24)$$

Здесь и далее в формулах τ – безразмерное время:

$$\frac{d\xi}{d\tau} = -\frac{-1}{1 + b\alpha / (\alpha \xi + 1)} = \frac{\alpha \xi + 1}{\alpha \xi + 1 + b\alpha} \Rightarrow \quad (25)$$

$$\Rightarrow \frac{d\xi}{d\tau} = \frac{1}{1+h} \Rightarrow \bar{v}_*(t) = \frac{v_0}{1+h}, \quad (26)$$

$$h \equiv (b\alpha) / (\alpha \xi + 1); v_0 \equiv z_0 / t_0 = (gR^2) / (8\nu); \quad (27)$$

где v_0 – масштаб скорости течения жидкости. Из предпоследней формулы (26) видно, что при $\xi = 0$ начальная средняя по сечению канала скорость присутствует и равна:

$$\bar{v}_*(0) = \frac{v_0}{1+b\alpha} \neq 0. \quad (28)$$

Неравенство нулю начальной скорости носит геометрический характер, поскольку координате $\xi = 0$ отвечает ситуация, когда пластина ПДС заправлена жидкостью и из нее уже до начала отсчета времени потекла жидкость. В дальнейшем эта скорость медленно возрастает

с безразмерным напором ξ , стремясь асимптотически к предельному значению при $t \rightarrow \infty$ и равному $\bar{v}_*(\infty) = v_0 = v_{\max}$. Таким образом, с отличной от нуля начальной скоростью течение ускоряется, но в пределе, асимптотически стремится к течению Пуазейля со скоростью $(gR^2) / (8\nu)$. Однако оно не реально, так как при таких условиях (свободном течении вертикально вниз) уравнение гидродинамики не допускает решений типа Пуазейля. Особенности, о которых шла речь, заслуживают отдельного рассмотрения.

ВЫВОДЫ

1. На основе физических соображений установлено и экспериментально подтверждено, что заряд и потенциал, генерируемые высоковольтным наногенератором (НГ), прямо пропорциональны объему проходящей через него диэлектрической жидкости.

2. Выведено модельное гидродинамическое уравнение движения жидкости под двумя аспектами: через координату уровня напора жидкости и временную координату зависимости движения от времени. Введены эффективные коэффициенты плотности и вязкости для жидкости в фильтрующем элементе НГ, в качестве такового использовалась фильтрующая пластина Шотта.

3. Путем решения модельного уравнения найдены скорость и расход жидкости, выраженные через основной гидравлический параметр течения, – напор, под которым движется жидкость.

4. Выведено и решено обыкновенное дифференциальное уравнение относительно основного геометрического параметра безразмерного напора как функции времени и тем самым найдены основные неизвестные сформулированной задачи: объем, скорость, расход, потенциал как функции времени, а также важные соотношения между ними.

5. Из формул скорости как функции времени вытекает, что тормозящий эффект вязкого трения равносителен увеличению кинематической вязкости на 2–3 порядка по сравнению с беспрепятственным течением (при отсутствии пластины ПДС).

6. Согласно теоретической интерпретации, первоначально жидкость начинает двигаться с увеличивающейся скоростью, стремящейся асимптотически к максимальному значению, которое имела бы жидкость при повышенной вязкости, равной эффективной.

7. Результаты работы могут найти применение при расчетах инфильтрационных наногенераторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ravelo, B., Duval, F., Kane, S., Nsom, B., Demonstration of the Triboelectricity Effect by the Flow of Liquid Water in the Insulating Pipe, *J. Electrostat.*, 2011, vol. 69, no. 6, p. 473. doi.org/10.1016/j.elstat.2011.06.004.
2. Sasaki, A., Uchiyama, S., Generation of Static Electricity During Oil Filtration, *Lubr. Eng.*, 1999, vol. 55, no. 9, p. 14.
3. Wang Sihong, Lin Long, Xie Yannan, Jing Qingshen et al. *Nano Lett.*, 2013, vol. 13, p. 222. dx.doi.org/10.1021/nl400738p.
4. Sridhar Sripadmanabhan, Indira, Chockalingam Aravind, Vaithilingam, Kameswara Satya Prakash, Oruganti, Faizal, Mohd, et al., Nanogenerators as a Sustainable Power Source: State of Art, Applications, and Challenges, *Nanomaterials*, 2019, vol. 9, no. 5, p. 773. doi: 10.3390/nano9050773 .
5. Hong-Yeol, Park, Hyung Kook, Kim, Yoon-Hwae, Hwang, Dong-Myeong, Shin, Water-Through Triboelectric Nanogenerator Based on Ti-Mesh for Harvesting Liquid Flow, *J. Korean Phys. Soc.*, 2018, vol. 72, no. 4, p. 499. doi: 10.3938/jkps.72.499
6. Гросу, Ф.П., Болога, М.К., Кожевников, И.В., Высоковольтный наногенератор на основе электризации потока диэлектрической жидкости через стеклянный фильтр, *ЭОМ*, 2020, т. 56, № 5, с. 101.
7. Жакин, А.И., Об электризации слабопроводящих жидкостей при ламинарном течении в трубах и капиллярах, *Прикладная механика и техническая физика*, 1982, т. 3, № 5, с. 31.
8. Справочник химика 21. Химия и химическая технология. Электризация контактная. chem21.info/info/476791.
9. Леб, Л., *Статическая электризация*. М.-Л.: Гостехиздат, 1963. 408 с.
10. Шлихтинг, Г., *Теория пограничного слоя*. М.: Наука, 1974.
11. Ландау, Л.Д., Лифшиц, Е.М., *Гидродинамика*. М.: Наука, 1986.

Summary

The hydrodynamic aspects of functioning of a high-voltage infiltration nanogenerator employing the potential energy of a liquid entering a glass filter are discussed. This energy transforms into the electric energy due to the formation of a double electric layer owing to the triboelectrization effect during infiltration of the dielectric liquid through the porous structure. To solve the emerged problems, in the equations of a hydrodynamic flow along the infiltration path two local effective parameters were introduced: a mechanic density and dynamic viscosity. The working equations for the motion of the liquid were derived; their solutions for the velocity and the flow rate determining the electric characteristics of a nanogenerator, the electric charge and potential as well as their physical relationships were obtained.

Keywords: nanogenerator, glass filter, infiltration, liquid velocity and flow rate, porous structure, triboelectrization, electric charge, electric potential, effective density and viscosity