Ф.П. Гросу[**], М.К. Болога[*]

ЭЛЕКТРОИЗОТЕРМИЧЕСКАЯ КОНВЕКЦИЯ И ЕЕ РОЛЬ В ПРОЦЕССЕ ТЕПЛООБМЕНА

***Государственный аграрный университет Молдовы,*
ул. Мирчешть, 44, г. Кишинев, MD-2049, Республика Молдова
[*]*Институт прикладной физики АНМ,*
ул. Академией, 5, г. Кишинев, MD-2028, Республика Молдова, mbologa@phys.asm.md

Введение. Интенсифицирующее воздействие электрических полей на конвективный теплообмен в жидких диэлектриках обнаружено давно [1, 2] и обусловлено электрической конвекцией [3], возникающей под воздействием внешних электрических пондеромоторных сил объемной плотностью [4, 5]:

$$\vec{f} = \rho\vec{E} - \frac{1}{2}E^2\nabla\varepsilon + \frac{1}{2}\nabla\left[\gamma\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial\gamma}\right)_T E^2\right], \tag{1}$$

где γ, ρ – плотности среды и свободных электрических зарядов; $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ – абсолютная диэлектрическая проницаемость; $\vec{E}$ – вектор напряженности электрического поля.

Движущими силами конвекции могут быть лишь вихревые, ротор которых отличен от нуля [6], и отсюда следует, во-первых, последнее слагаемое в (1) может быть упущено при анализе указанных сил, во-вторых, в локально электронейтральной среде ($\rho \equiv 0$), в частности в идеальном диэлектрике, существование конвекции требует не только неоднородности среды по $\varepsilon\left(\nabla\varepsilon \neq 0\right)$, но и неоднородности поля $\left(\nabla E^2 \neq 0\right)$.

В задачах по теплообмену источником неоднородностей среды по ε является термическая неоднородность ввиду зависимости $\varepsilon\left(T\right)$ и $\nabla\varepsilon = \left(d\varepsilon / dT\right)\cdot\nabla T \neq 0$. Неоднородные электрические поля удобно создавать с помощью цилиндрической системы электродов со всех точек зрения, в том числе их расчета. В целях обнаружения чисто “диэлектрического” эффекта ($\nabla\varepsilon \neq 0$), то есть исключения электрической зарядки жидкости, опыты желательно провести в переменных полях с периодом колебаний поля, существенно меньшим времени электрической релаксации $\tau \equiv \varepsilon / \sigma$, где σ – удельная электропроводность диэлектрика [6]. Наблюдаемые в таких условиях приращения относительного коэффициента теплоотдачи нагретых проволок, соосно натянутых цилиндрическому противоэлектроду, составляют $\Delta\alpha / \alpha_0 \equiv \left(\alpha_E - \alpha_0\right) / \alpha_0 \leq \left(10 - 20\right)\%$. Возникающую при этом электроконвекцию называют “электротермической” (ЭТК).

В то же время в постоянных полях и сходных условиях относительный прирост коэффициента теплоотдачи достигал 100% и выше. Следовательно, такая существенная интенсификация теплообмена в электростатическом поле объяснима чисто кулоновскими силами $\rho\vec{E}$, то есть электризацией жидкости с появлением объемных электрических зарядов $\rho \neq 0$. При этом оказалось возможным объяснить появление зарядов, оставаясь в рамках электротермических концепций, правда, с учетом хотя и слабой, но все же отличной от нуля электропроводности жидкости $\left(\sigma \neq 0\right)$, согласно цепочке равенств [7, 6]:

$$\vec{j} = \sigma\vec{E};\ \nabla\vec{j} = 0\ \Rightarrow \rho = \nabla\left(\varepsilon\vec{E}\right) = \vec{j}\nabla\tau = \frac{d\tau}{dT}\cdot\vec{j}\cdot\nabla T, \qquad (2)$$

ввиду известных зависимостей $\varepsilon(T), \sigma(T) \Rightarrow \tau(T)$. Учет этого обстоятельства привел к существенному продвижению в части как физического осмысливания рассматриваемого вопроса, так и обобщения экспериментальных данных с помощью критериальных уравнений теории подобия [8].

Тем самым начался второй этап исследований в области электрогидродинамики, который можно назвать термоэлектрогидродинамикой (ТЭГД) слабопроводящих жидкостей (СПЖ), охватывающий 60–70-е годы прошлого столетия, в отличие от первоначального – ТЭГД идеальных жидкостей (ИД), относящегося к 30-м годам.

Однако полного согласия между опытными и теоретическими результатами, основанными на ТЭГД представлениях, не было достигнуто главным образом в части зависимости $\alpha_E / \alpha_0 = f\left(\theta_S\right)$, где θ_S – температурный перепад, с уменьшением которого должно наблюдаться сильное уменьшение теплоотдачи, в то время как указанная зависимость оказалась неожиданно слабее [8].

Поиски выхода из этого затруднения привели к однозначному выводу о том, что в конвективном теплообмене значительную, а иногда даже решающую роль, может играть изотермическая электроконвекция, или электроизотермическая (ЭИТК), названная так в связи с тем, что наблюдаема как при наличии, так и отсутствии градиентов температуры.

И несмотря на то, что этот тип конвекции обнаружен и изучен еще М. Фарадеем [9], а несколько позже О. Лешанком [10] и Е. Варбургом [11], затем А. Гемантом [12] и Р. Гофманом [13], сведения об ЭИТК для объяснения и расчета электроконвективного теплообмена стали привлекаться в основном после 70-х годов [8, 14–18], когда начала формироваться "электрогидродинамика" как научное направление, изучающее взаимодействия электрических и гидродинамических полей [19–22].

Задачи ЭГД связаны с центральной проблемой – электризацией жидких диэлектриков во внешних электрических полях в изотермических и электрогидростатических условиях (первоначально). Решению этой проблемы посвящены работы [3, 8–22], а также [23], в которой приводится определенная классификация механизмов электризации жидкостей, и прежде всего – равновесных и неравновесных, в зависимости от того, существует или нет динамическое равновесие между процессами диссоциации нейтралов и рекомбинации носителей зарядов. В первом случае выполняется закон сохранения плотности полного и парциальных токов:

$$\vec{j} = \vec{j}^{+} + \vec{j}^{-};\quad div\vec{j} = 0;\ div\vec{j}^{\pm} = 0,$$

в то время как во втором – парциальные токи не сохраняются, а именно:

$$div\vec{j}^{\pm} \neq 0. \qquad (3)$$

В дальнейшем, как правило, будем рассматривать ЭИТК применительно к первому классу механизмов электризации. Кроме того, пренебрегаем плотностью токов конвекции, рассматривая электрогидростатическое приближение для поля, принятое во многих задачах электрогидродинамики. Благодаря изотермичности плотности сил электрогидродинамическая задача становится независимой от тепловой (уравнения конвективной теплопроводности), а в силу гидростатичности ($\vec{\upsilon} = 0$) и ЭГД-задача распадается на независимую электрическую и зависимую от последней – гидродинамическую. Такое расщепление общей системы ТЭГД является характерной особенностью рассматриваемого класса задач электроконвективного теплообмена в условиях электроизотермической конвекции. Несмотря на то что решение гидродинамической задачи предполагает знание плотности сил, рассмотрим эту задачу ввиду общности.

1. Особенности электроизотермической конвекции и ее интенсивность. Гидродинамическая часть задачи имеет вид

$$\begin{aligned} &\gamma\left[\frac{\partial\vec{\upsilon}}{\partial t} + \left(\vec{\upsilon}\nabla\right)\vec{\upsilon}\right] = -\nabla P + \vec{f} + \eta\nabla^2\vec{\upsilon}; \\ &\nabla\vec{\upsilon} = 0; \vec{\upsilon}\big|_{\Gamma} = 0; P\big|_{\Gamma} = 0, \end{aligned} \qquad (4)$$

где $\vec{f}$ – известная плотность сил; давление отсчитывается от граничных значений, предполагаемых постоянными, поэтому граничное значение так же однородно, как и для скорости, в силу условия прилипания.

Вводим масштабные и безразмерные единицы:

$$t = t_0 \cdot t_1;\ \vec{r} = l \cdot \vec{r}_1;\ \nabla = \frac{1}{l}\nabla_1;\ \vec{\upsilon} = \upsilon_0 \cdot \vec{\upsilon}_1;\ P = P_0 \cdot P_1;\ \vec{f} = f_0 \cdot \vec{f}_1\ , \tag{5}$$

отмеченные индексами “0” и “1”.

Выбрав $t_0 = l^2/\nu,\ \upsilon_0 = \nu/l,\ P_0 = \gamma l^2/\nu^2$, где $\nu = \eta/\gamma$, и сократив на $\gamma\nu^2/l$, получим

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \vec{\upsilon}_1}{\partial t_1} + \left(\vec{\upsilon}_1 \nabla_1\right)\vec{\upsilon}_1 = -\nabla_1 P_1 + \pi \cdot \vec{f}_1 + \nabla_1^2 \vec{\upsilon}_1; \\ \nabla_1 \vec{\upsilon}_1 = 0;\ \vec{\upsilon}_1\Big|_{\text{г}} = 0;\ P_1\Big|_{\text{г}} = 0, \end{cases} \tag{6}$$

где безразмерное произведение

$$\pi \equiv \frac{f_0 \cdot l^3}{\gamma \nu^2} \tag{7}$$

выступает в роли критерия подобия ЭГД- явлений, описываемых системой (6), а масштаб f_0 выбран таким образом, что $\vec{f}_1$ от него не зависит.

Ищем решение в виде

$$\vec{\upsilon}_1 \equiv \pi^m \cdot \vec{u}_1;\ \ P_1 \equiv \pi P, \tag{8}$$

где m – некий параметр, по-видимому, незначительно отличающийся от единицы; $\vec{u}$ и P – новые искомые функции. Подстановка (8) в (6) дает

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \vec{u}}{\partial t_1} + \pi^m \left(\vec{u}\nabla_1\right)\vec{u} = \pi^{1-m}\left(-\nabla_1 P + \vec{f}_1\right) + \nabla_1^2 \vec{u}; \\ \nabla_1 \vec{u} = 0;\ \vec{u}\Big|_{\text{г}} = 0;\ P\Big|_{\text{г}} = 0. \end{cases} \tag{9}$$

Видно, что задача становится автомодельной по параметру π в двух предельных случаях: в ламинарном режиме при $m = 1$ $\left(\left(\vec{u}\nabla_1\right)\vec{u} \sim 0\right)$ и турбулентном – при $m = 1/2$ $\left(\dfrac{\partial \vec{u}}{\partial t_1} \sim 0,\ \nabla_1^2 \vec{u} \sim 0\right)$.

Следовательно, из (8) имеем

$$\vec{\upsilon}_1 = \begin{cases} \pi \cdot \vec{u}\left(\vec{r}_1, t_2\right) \ \ \text{при}\ \ \pi << 1; \\ \sqrt{\pi} \cdot \vec{u}\left(\vec{r}_1, t_1\right) \text{при}\ \ \pi >> 1. \end{cases} \tag{10}$$

Для размерной скорости можно написать

$$\vec{\upsilon} = \frac{\nu}{l}\pi^m \cdot \vec{u}\left(\vec{r}_1, t_1\right), \tag{11}$$

где $1 \ge m > 1/2$, причем m убывает от 1 до ½ по мере развития конвекции от ламинарного режима до турбулентного.

Как следует из (11),

$$\mathrm{Re}_S \equiv \pi^m \tag{12}$$

играет роль числа Рейнольдса, характеризующего интенсивность конвективных движений, обусловленных сторонней движущей силой. Заметим, что переход ламинарного режима в турбулентный может носить скачкообразный характер, например, при течении по прямой трубе, когда $\left(\vec{\upsilon}\nabla\right)\vec{\upsilon} \equiv 0$ при сколь угодно больших Re, или непрерывный характер, как в случае инфильтрации (закон Дарси), когда с самого начала течение носит хаотичный характер, хотя оно и ламинарно в смысле $\left(\vec{\upsilon}\nabla\right)\vec{\upsilon} \sim 0$. Аналогичная ситуация возможна в случае электроконвективных течений, когда $f_0 = \rho_0 E_0$ – масштаб электрической силы, а Re_S становится “электрическим” числом Рейнольдса:

$$\mathrm{Re}_E \equiv \left(\frac{f_0 l^3}{\gamma \nu^2} \right)^m, \tag{13}$$

характеризующим интенсивность изотермических электроконвективных движений в зависимости от конкретных величин $f_0(E)$. При этом следует иметь в виду, что равновесная плотность сил $\vec{f}_0$ должна удовлетворять необходимому условию возникновения конвекции – антипараллельности векторов $\vec{E} \uparrow\downarrow \nabla\rho$ или $\vec{E} \cdot \nabla\rho < 0$ [8].

Таким образом, с математической точки зрения основная особенность электрофизических конвективных явлений состоит в том, что электрогидродинамическая часть задачи отделяется от тепловой, а в электрогидростатическом (ЭГС) приближении – электрическая часть приобретает самостоятельный характер. С физической точки зрения это означает, что пондеромоторная электрическая сила приобретает чисто кулоновский характер сторонней изотермической силы, что позволяет вводить число, аналогичное числу Рейнольдса, но электроконвективной природы. Одновременно стало возможным без решения электрической части задачи установить зависимость этого критерия подобия от основного силового π, а именно $\mathrm{Re}_E \sim \pi$ в ламинарном режиме конвекции и $\mathrm{Re}_E \sim \sqrt{\pi}$ в турбулентном. На этой основе можно продвинуться в части установления общих закономерностей (ЭКТО), используя арсенал задач и их решений по теплопередаче при вынужденном движении теплоносителя [24, 25].

2. Общие закономерности теплообмена в условиях электроизотермической конвекции. Общие закономерности конвективного теплообмена основываются на представлениях пограничного слоя, в частности число Нуссельта, пропорциональное коэффициенту теплоотдачи, обобщается формулой

$$Nu = F(\mathrm{Pr}) \cdot \mathrm{Re}^n = F(\mathrm{Pr}) \cdot \mathrm{Re}^{0,5-0,8} \tag{14}$$

вследствие обратной пропорциональности теплового потока толщине гидродинамического пограничного слоя и соотношений с толщиной теплового пограничного слоя [24, 25], причем $n = 0,5$ – в случае ламинарного пограничного слоя и $n = 0,8$ – турбулентного, который в задачах ЭК практически не встречается; $F(\mathrm{Pr})$ – коэффициент пропорциональности, зависящий от числа Прандтля $\mathrm{Pr} \equiv \nu / a$, где a – коэффициент температуропроводности среды. Это число появляется в тепловой части задачи, описываемой уравнением конвективной теплопроводности [24]:

$$\vec{\upsilon} \nabla T = a \nabla^2 T, \tag{15}$$

которое после приведения к безразмерному виду с помощью подстановок

$$\vec{\upsilon} = \upsilon_0 \vec{\upsilon}_1 = \frac{\nu}{l} \cdot \vec{\upsilon}_1; \ T = \theta_S \cdot T_1; \ \nabla = \frac{1}{l} \nabla_1,$$

где θ_S – температурный перепад (напор), приобретает вид

$$\mathrm{Pr} \cdot (\vec{\upsilon}_1 \nabla_1) T_1 = \nabla_1^2 T_1.$$

Так как удельный тепловой поток пропорционален градиенту температуры $\vec{q} \sim \nabla T$, то понятным становится появление коэффициента $F(\mathrm{Pr})$, зависящего от числа Pr в формуле (14). При наличии электрического поля в условиях изотермической электроконвекции в (14) следует заменить $\mathrm{Re} \to \mathrm{Re}_E$ по формуле (13):

$$Nu_E = F(\mathrm{Pr}) \cdot \mathrm{Re}_E^n = F(\mathrm{Pr}) \cdot \left(\frac{f_0 l^3}{\gamma \nu^2} \right)^{nm} = F(\mathrm{Pr}) \cdot \pi^{0,5-0,25}, \tag{16}$$

показатель степени $0,5 \geq mn \geq 0,25$ (принято n = 0,5). Сравнительная узость данного интервала в широком диапазоне режимов конвекции – одна из общих закономерностей теплоотдачи тел к диэлектрическим жидкостям в условиях ЭИТК.

3. Общая задача об изотермической электризации жидкого диэлектрика применительно к теплообмену. Первые три равенства цепочки (2) представляют собой часть из фундаментальных уравнений электродинамики Максвелла в стационарном случае $\left(\partial/\partial t = 0\right)$, причем если второе и третье точные, то первое требует, вообще говоря, дополнения плотностями тока конвекции $\rho\vec{\upsilon}$ и диффузии в соответствии с уравнениями Нернста-Планка [20, 26]; в приближении биионной системы и идентичности коэффициентов диффузии ($D^{\pm} \equiv D$) и подвижности ($k^{\pm} \equiv k$) носителей зарядов будем иметь

$$\vec{j} = \sigma\vec{E} + \rho\vec{\upsilon} - D\nabla\rho. \tag{17}$$

Появление в (17) слагаемого, содержащего скорость υ, принципиально, ибо делает гидродинамическую и электрическую части задачи взаимозависимыми, что ставит под сомнение возможность выбора масштаба f_0 для силы так, чтобы безразмерная сила $\vec{f}_1$ была независима от него, что может сказаться на точности формул (10), (11) в смысле независимости $\vec{u}$ от параметра π и других безразмерных параметров. Однако применительно к задачам теплообмена в конечном итоге указанные недочеты поправимы с учетом в критериальной зависимости (16) критерия подобия, характеризующего меру отношения плотности тока сквозной проводимости к плотности конвективного тока в соответствии с формулами

$$\frac{\sigma E}{\rho\upsilon} \sim \frac{\sigma E}{\left(\varepsilon E/l\right)\cdot\left(\nu/l\right)} \equiv \frac{l^2}{\nu\tau} \equiv \pi_1. \tag{18}$$

Менее принципиально добавление в (17) диффузионного тока, поскольку оно не нарушает независимости электрической части задачи от гидродинамической. Применительно к критериальным обобщениям по теплообмену можно ввести один критерий диффузионный, отражающий отношение токов сквозной проводимости к диффузионным, согласно соотношениям

$$\frac{\left|\sigma\vec{E}\right|}{\left|D\nabla\rho\right|} \sim \frac{\sigma E l^2}{D\varepsilon E} \equiv \frac{l^2}{D\tau} \equiv \pi_2. \tag{19}$$

Заметим, что $l^2/\nu \equiv \tau_\upsilon$ есть время механической релаксации, $l^2/D \equiv \tau_D$ – диффузионной, поэтому критерии π_1 и π_2 допускают и другую физическую трактовку, как отношение соответствующих времен релаксаций:

$$\pi_1 \equiv \tau_\upsilon/\tau; \;\; \pi_2 \equiv \tau_D/\tau. \tag{20}$$

При $\pi_1, \pi_2 \to \infty$ имеет место вырождение по данным критериям, означающее быстрые электрические модификации системы на фоне медленных гидродинамических и диффузионных, что выражается в пренебрежении в (17) токами конвекции и диффузии. Однако более точное и общее критериальное обобщение опытных данных по теплообмену по сравнению с (16) должно быть:

$$Nu_E = F\left(\mathrm{Pr}\right)\cdot\pi_1^p\cdot\pi_2^q\cdot\pi^{nm}, \tag{21}$$

где показатели p, q подлежат определению опытным путем, а nm – уточнению согласно предсказанному интервалу.

Другие частные особенности теплообмена при ЭИТК установим при конкретных выборах основного масштаба для силы f_0 на конкретных примерах.

4. Частные случаи ЭКТО. Рассмотрим отдельные модели ЭКТО на основе задач об изотермической электризации диэлектрических жидкостей [23].

4.1. Теплообмен в условиях электромеханической конвекции, то есть в гетерогенных системах типа эмульсий, суспензий и т.д., – типичное электроизотермическое конвективное явление. В данном случае заряды накапливаются на поверхности дисперсных частиц, причем поверхностная плотность зарядов на границе раздела фаз определяется формулой

$$\gamma = j_n(\tau_2 - \tau_1) \equiv j_n \cdot \{\tau\}, \tag{22}$$

где $\{\tau\} \equiv \tau_2 - \tau_1$ – скачок времени релаксации на границе фаз, индекс “1” относится к дисперсной фазе, “2” – к замкнутой. Масштаб для сил найдем из соображений, учитывающих специфику процесса, в данном случае – дисперсность системы

$$f_0 = q_0 n_0 E_0,$$

где $q_0 n_0 \equiv \rho_0$ – плотность объемных зарядов, обусловленная дисперсными частицами, несущими заряд q_0 при концентрации n_0, который согласно (22) обусловлен различием времен релаксации [8]:

$$\rho_0 = q_0 n_0 \sim \varepsilon_2 E_0 \left(1 - \frac{\tau_1}{\tau_2}\right) n_0 r^2,$$

где r – радиус частиц, предполагаемых сферическими и одинакового размера. Концентрация частиц $n_0 = c/\upsilon_1 \sim c/r^3$, где c – массовая концентрация, υ_1 – объем одной частицы.

В итоге

$$f_0 \equiv \frac{c\varepsilon_2 E_0^2}{r}\left(1 - \frac{\tau_1}{\tau_2}\right). \tag{23}$$

В практически важных случаях $\tau_1 << \tau_2$ и вторым слагаемым в скобках (23) можно пренебречь. Тогда из (7) с учетом (23) получим (опущены индексы при ε и E):

$$\pi = \frac{\varepsilon E^2 l^2}{\gamma \nu^2} \cdot \frac{cl}{r}. \tag{24}$$

В этой задаче с большой точностью диффузией можно пренебречь ввиду $\pi_2 \to \infty$, но появилось еще одно безразмерное произведение – cl/r. Учитывая, что при сколь угодно отличных от нуля значениях концентрации c этот критерий вырождается, ввиду очень больших значений $l/r >> 1$, число Рейнольдса в соответствии с (24) должно определяться формулой

$$\mathrm{Re}_E = \left(\frac{\varepsilon E^2 l^2}{\gamma \nu^2}\right)^{1-0,5} \cdot \left(\frac{cl}{r}\right)^{1-0}. \tag{25}$$

С учетом (25) для числа Nu_E из (21) найдем

$$Nu_E = F(\mathrm{Pr}) \cdot \left(\frac{\varepsilon E^2 l^2}{\gamma \nu^2}\right)^{0,5-0,25} \cdot \left(\frac{lc}{r}\right)^{0,5-0}, \tag{26}$$

причем показатели степеней уменьшаются по мере развития электроконвективного процесса. Критерий π_1 в данной задаче оказался лишним. Экспериментальные данные по теплоотдаче поверхности плоского диска к эмульсиям в однородном поле обобщены зависимостью [8]:

$$Nu_E = 5,8 \cdot \left(\frac{\varepsilon E^2 d^2}{\gamma \nu^2} \cdot \mathrm{Pr}\right)^{0,26},$$

которая согласуется с теоретически предсказанной (26). Близость показателя степени к “турбулентному” краю интервала $0,5 \ge mn \ge 0,25$ свидетельствует о том, что в эмульсиях происходит бурное электроконвективное перемешивание среды, отчетливо наблюдаемое визуально [27]. Этим объясняется и исчезновение (вырождение) зависимости от концентрации c, то есть от симплекса ld/r.

В аналогичных условиях в суспензиях установлена критериальная экспериментальная зависимость [8]:

$$Nu_E = 0,46 \cdot c^{0,33} \cdot \left(\frac{\varepsilon E^2 d^2}{\gamma \nu^2} \cdot \mathrm{Pr} \right)^{0,36} \cdot \left(\frac{\mathrm{Pr}_{ж}}{\mathrm{Pr}_{ст.}} \right)^{0,25},$$

которая также согласуется с теоретически ожидаемой (26). Более высокое значение показателя степени 0,36, чем в случае эмульсий ($mn = 0,26$), указывает на менее интенсивные электрогидродинамические эффекты. Об этом говорит и появление зависимости от $\sim c^{0,33}$.

Таким образом, полученная на основе общих теоретических соображений зависимость (26) полностью подтверждается экспериментально, что свидетельствует о состоятельности физических представлений относительно механизма изотермической электроконвекции в гетерогенных средах.

4.2. Теплообмен при униполярной проводимости (коронном разряде). При коронном разряде в газах имеет место униполярная проводимость, обусловленная ионами знака коронирующего электрода за пределами коронирующего слоя [28]:

$$\vec{j} = \kappa \rho \vec{E}, \tag{27}$$

где κ – подвижность ионов знака коронирующего электрода. Эта формула позволяет найти масштаб для силы

$$f_0 = j / \kappa. \tag{28}$$

Подстановка (28) в (16) приводит к теоретически ожидаемой зависимости

$$Nu_E = F(\mathrm{Pr}) \cdot \left(\frac{jl^3}{\kappa \gamma \nu^2} \right)^{0,5-0,25}. \tag{29}$$

Для газов $\mathrm{Pr} \approx 1$, поэтому $F(\mathrm{Pr}) = \mathrm{const}$.

Эта зависимость тщательно проверена для теплоотдачи коронирующей проволоки, соосно натянутой цилиндрическому электроду (как в горизонтальном, так и вертикальном расположении) к различным газам (воздуху, углекислому газу, аргону, гелию) при различных давлениях, допустимых условием существования коронного разряда, например в He от 0,2 до 20 атм. Зависимость (29) полностью подтверждается [29].

Есть основания полагать, что явление “электрического ветра”, сопровождающее коронный разряд, реализовывается и в диэлектрических жидкостях в резко неоднородных полях, поэтому зависимости, близкие к (29) с теми же показателями степеней, должны наблюдаться и в жидкостях [30].

4.3. Обобщение случая униполярной проводимости. Для парциальных плотностей электрических токов проводимости можно записать:

$$\vec{j}^{+} = \kappa^{+} \rho^{+} \vec{E}; \quad \vec{j}^{-} = \kappa^{-} \rho^{-} \vec{E}. \tag{30}$$

Отсюда следует

$$\rho \vec{E} = \frac{\vec{j}^{+}}{\kappa^{+}} - \frac{\vec{j}^{-}}{\kappa^{-}} \Rightarrow \rho E = \frac{j^{+}}{\kappa^{+}} - \frac{j^{-}}{\kappa^{-}}, \tag{31}$$

где учтена коллинеарность входящих в (30), (31) векторов. Так как измеряемыми величинами являются силы токов, то (31) удобнее представить через сумму и разность $\vec{j}^{\pm}$ и $\kappa^{\pm}$ по формулам

$$\begin{cases} \vec{j}^{+} + \vec{j}^{-} \equiv \vec{j}; & \kappa^{+} + \kappa^{-} \equiv \Re; \\ \vec{j}^{+} - \vec{j}^{-} \equiv \vec{\delta}_j; & \kappa^{+} - \kappa^{-} \equiv r. \end{cases} \tag{32}$$

Решив систему (32) относительно $\vec{j}^{\pm}, \kappa^{\pm}$ и подставив эти величины в (31), найдем

$$\rho \vec{E} = \frac{2\left(\vec{\delta}_j \Re - \vec{j} r\right)}{\Re^2 - r^2} \Rightarrow \rho E = \frac{2\left(\delta_j \Re - jr\right)}{\Re^2 - r^2}. \tag{33}$$

Формулы (30) и все остальные являются общими в случаях наличия только токов сквозной проводимости, когда

$$\sigma = \sigma^{+} + \sigma^{-} = \kappa^{+}\rho^{+} + \kappa^{-}\rho^{-}, \tag{34}$$

а формулы (31), (33) являются обобщением частного случая коронного разряда (униполярной проводимости), когда одна из парциальных плотностей тока выпадает, например, при $j^{-} = 0 \Rightarrow \delta = j \Rightarrow$:

$$\rho E = \frac{2j(\Re - r)}{(\Re - r)(\Re + r)} = \frac{j^{+}}{\kappa^{+}} \equiv \frac{j}{\kappa} = f_0$$

в соответствии с формулой (28).

Здесь и в дальнейшем будем ограничиваться моделью ЭКТО в плоскопараллельном конденсаторе, одна из обкладок которого служит теплоотдающей поверхностью. Тогда все полевые характеристики, рассматриваемые в ЭГС–приближении могут быть функциями нормальной к обкладкам координаты x, однако $j^{\pm}$ и j в принятом приближении, динамического равновесия (п.1) должны быть постоянными, следовательно, постоянной будет и сила, представленная выражением (33), которую и примем в качестве масштаба для f_0. В предположении $\kappa^{+} = \kappa^{-} = \kappa$ будем иметь:

$$f_0 = \delta_j / \kappa\,. \tag{35}$$

Проверим необходимое условие возникновения конвекции. Для этого найдем распределение напряженности электрического поля, решив уравнение (31):

$$\varepsilon E'E \equiv A; \quad A \equiv \left(j^{+}/\kappa^{+}\right) - \left(j^{-}/\kappa^{-}\right) = \text{const.}$$

Найдем:

$$E = \sqrt{\frac{2Ax}{\varepsilon} + c} \Rightarrow \vec{E} \cdot \nabla\rho = \varepsilon E E'' = -\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{A}{E}\right)^{2} < 0 \tag{36}$$

при любом знаке A. Следовательно, равновесие неустойчиво и электроконвекция возможна.

Уравнение теплоотдачи (29) изменится только тем, что вместо плотности тока j будет фигурировать разность парциальных токов $\delta_j = j^{+} - j^{-}$, которую следует принимать по абсолютной величине.

В этом механизме зарядки проблемным является экспериментальное определение j^{+} и j^{-} порознь. Один путь решения, возможно, состоит в определении плотностей токов в системе электродов “игла-плоскость” при разных полярностях напряжения и заранее заданном его значении.

4.4. Выделение “заряженной составляющей” в электропроводности. Другим обобщением случая униполярной электропроводности является представление удельной электропроводности в виде

$$\sigma = \sigma^{0} + \kappa\rho, \tag{36a}$$

где κ – подвижность избыточных зарядов (обусловливающих объемный заряд), которую можно назвать “заряженной” составляющей; $\sigma_0 = \text{const}$ – “фоновая”, “электронейтральная” составляющая. В частном случае $\sigma^{0} = 0$ получаем униполярную проводимость п.4.2. Модель проводимости (36a) применяется также в релаксационных задачах [31]. Подставляя в (2) $\tau = \varepsilon/\sigma$, где $\varepsilon = \text{const}$, а σ выражено формулой (36a), получаем дифференциальное уравнение для ρ [23]:

$$\varepsilon\kappa\vec{j}\nabla\rho = -\rho\left(\sigma^{(0)} + \kappa\rho\right)^{2}, \tag{37}$$

решение которого для плоскопараллельного конденсатора при граничном условии на теплоотдающей поверхности

$$\rho(x)\big|_{x=0} = \rho_0 \tag{38}$$

имеет вид [23]:

$$\ln\frac{\theta(1+\beta)}{1+\beta\theta}+\frac{1}{1+\beta\theta}-\frac{1}{1+\beta}=-\xi, \tag{39}$$

где обозначено:

$$\theta\equiv\rho/\rho_0;\;\; \xi\equiv x/\delta_\rho;\;\; \beta\equiv\kappa\rho_0/\sigma^0;\;\; \delta_\rho\equiv\varepsilon\kappa j/\left(\sigma^0\right)^2. \tag{40}$$

Ограничимся приближением $\beta<<1,$ когда из (39) получим формулу

$$\rho=\rho_0 l^{-\frac{x}{\delta_\rho}}, \tag{41}$$

которая свидетельствует о быстром убывании плотности зарядов ρ по мере удаления от поверхности электрода. Напряженность электрического поля получается интегрированием (41):

$$E(x)=E_\infty-\frac{\rho_0\delta_\rho}{\varepsilon}l^{-\frac{x}{\delta_\rho}}, \tag{42}$$

где E_∞ – напряженность вдали от поверхности электрода $\left(x>>\delta_\rho\right).$

В качестве масштаба для силы f_0 логично принять среднее значение в пределах $0\le x\le\delta$ толщины гидродинамического слоя, то есть

$$f_0\equiv\overline{f}=\frac{1}{\delta}\int_0^\delta\rho(x)E(x)dx=\frac{1}{\delta}\left[\rho_0\delta_\rho E_\infty\left(1-l^{-\frac{x}{\delta_\rho}}\right)-\frac{\rho_0^2\delta_\rho^2}{2\varepsilon}\left(1-l^{-\frac{2\delta}{\delta_\rho}}\right)\right].$$

Оценки показывают, что $\delta>>\delta_\rho$ и второе слагаемое в квадратных скобках пренебрежимо по сравнению с первым, поэтому принимаем

$$f_0=\frac{\rho_0\delta_\rho E_\infty}{\delta}.$$

Подставляя δ_ρ из (40), $E_\infty=u/l,$ u – напряжение на конденсаторе, получаем:

$$f_0=\frac{\rho_0\kappa ju\tau^2}{\delta\varepsilon l}. \tag{43}$$

Для числа Re_E из (13) согласно (43) найдем

$$\mathrm{Re}_E=F(\mathrm{Pr})\cdot K^{\frac{m}{1-0{,}5m}};\;\; K\equiv\frac{\rho_0\kappa ju\tau^2 l}{\varepsilon\gamma\nu^2}, \tag{44}$$

где учтено, что толщина гидродинамического пограничного слоя δ с точностью до коэффициента пропорциональности, зависящего от числа Pr [24], $\delta\sim\mathrm{Re}_E^{1/2}\cdot l.$ С учетом формул (44) для числа Nu_E в рассматриваемой модели электризации (36а) можно прогнозировать следующую обобщенную зависимость:

$$Nu_E=F(\mathrm{Pr})\cdot K^{\frac{nm}{1-0{,}5m}}=F(\mathrm{Pr})\cdot K^{\frac{0{,}5m}{1-0{,}5m}}=F(\mathrm{Pr})\cdot K^{1-\frac{1}{3}}, \tag{45}$$

причем показатель степени критерия K убывает от 1 до 1/3 по мере развития конвекции от слабых до сильных конвективных течений. Заметим, что зависимость (45) допускает дополнения симплексными множителями типа $\pi_1,$ π_2 (20).

4.5. Диффузионная модель. Рассмотрим еще модель, когда учитывается ток диффузии согласно (17), где $\vec{\upsilon}\equiv 0$ (ЭГС – приближение) и $\sigma=\mathrm{const}$ – некоторое среднее по объему значение. Математическая постановка задачи следующая:

$$E''-E/\delta_D^2=j/\varepsilon D;\;\; E(x)\big|_{x=l}=E_0;\;\; E'(x)\big|_{x=l}=0, \tag{46}$$

где δ_D – толщина дебаевского слоя $\equiv\delta_D=\sqrt{\tau D};$ $0\le x\le 2l;$ $x=l$ – середина конденсатора.

Напряженность поля в центре конденсатора E_0 может быть выражена через потенциалы обкладок $(\pm u)$ согласно начальным условиям для $\varphi(x)$:

$$\varphi(0)=u;\ \varphi(l)=0;\ \varphi(2l)=-u.$$

Окончательное решение имеет вид [23]:

$$E(x)/\bar{E} \equiv r(x)=\omega+\frac{1-\omega}{a}\cdot ch\upsilon(x), \tag{47}$$

где обозначено

$$\omega \equiv j/\sigma\bar{E};\ a\equiv\frac{sh\mu}{\mu};\ \mu\equiv l/\delta_D;\ \upsilon(x)=\frac{l-x}{\delta_D};\ \bar{E}=\frac{u}{l}\ . \tag{48}$$

Как и в предыдущем примере, усредним силу ρE по гидродинамическому ПС, предварительно вычислив:

$$\rho=\varepsilon\bar{E}\cdot r'(x)=-\frac{\varepsilon u\mu^2(1-\omega)}{l^2\cdot sh\mu}\cdot sh\upsilon(x). \tag{49}$$

Далее,

$$f_0=\vec{f}=\frac{1}{\delta}\int_0^{\delta}\rho E dx=\frac{\varepsilon\bar{E}^2}{2\delta}\left[r^2(\delta)-r^2(0)\right]. \tag{50}$$

Оценим разность $\left(r(\delta)-r(0)\right)$ и сумму $\left(r(\delta)+r(0)\right)$:

$$r(\delta)-r(0)\cong\left(\frac{dr}{d\delta}\right)_0\cdot\delta=\frac{\delta}{\delta_D}\cdot\mu(\omega-1)\equiv\Delta; \tag{51}$$

$$r(\delta)+r(0)\cong 2\left[\omega-\mu(\omega-1)cth\mu\right]\cong 2\left[\omega-\mu(\omega-1)\right]\equiv S, \tag{52}$$

так как $\delta_D \ll \delta \ll l$.

В случае гомозарядов у электрода [23] $\omega>1\Rightarrow\Delta>0$, а для возникновения конвекции должно быть и $S>0$, ибо $f_0\sim\Delta\cdot S$. Отсюда получаем еще одно условие для возникновения ЭК:

$$\omega>\frac{\mu}{\mu-1}\cong 1+\frac{1}{\mu}\Rightarrow\omega-1>\frac{1}{\mu}, \tag{53}$$

так как $\mu \gg 1 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot S=\omega-\mu\cdot\omega+\mu\cong\omega-\mu+\mu=\omega.$

Следовательно, $S=2\omega\approx 2$ и масштаб силы

$$f_0=\frac{\varepsilon\bar{E}^2}{2\delta}\cdot\frac{\delta}{\delta_D}\cdot\mu(\omega-1)\cdot 2\omega\Rightarrow f_{0\min}=\frac{\varepsilon\bar{E}^2}{\delta_D}. \tag{54}$$

Подстановка (54) в (16) дает:

$$Nu_E=F(\mathrm{Pr})\cdot\left(\frac{\varepsilon l u^2}{\delta_D\gamma\nu^2}\right)^{0,5-0,25}\sim u^{1-0,5}, \tag{55}$$

то есть при реализации данной модели теплоотдача линейна по напряжению в ламинарном режиме и корневая – в турбулентном.

Выводы

Рассмотрены гидродинамические аспекты явлений изотермической электризации жидкостей с точки зрения равновесных механизмов токопрохождения, а также влияние этих явлений на процессы конвективного теплообмена. Полученные результаты представляют интерес для прикладных целей и дальнейшего изучения ЭГД-явлений термодинамическими методами. Заслуживают внимания исследования с учетом неизотермичности, негидростатичности процессов электризации при неравновесных механизмах этих процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Sentfleben H.Z.* // Phys., 1931. 32. 550.
2. *Аладьев И.Т., Ефимов В.А.* // ИФЖ. 1963. 6. № 8. С. 125–132.
3. *Остроумов Г.А.* Электрическая конвекция (обзор) // ИФЖ. 1966. 10. № 5. С. 683.
4. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Физматгиз, 1957.
5. *Пановский В., Филипс М.* Классическая электродинамика. М.: Физматгиз, 1963.
6. *Гросу Ф.П., Болога М.К.* Силы, обусловливающие электрическую конвекцию слабопроводящих жидкостей // Электронная обработка материалов. 1970. № 2. С.
7. *Стрэттон Дж.*Теория электромагнетизма // М. – Л.: Гостехиздат, 1948.
8. *Болога М.К., Гросу Ф.П., Кожухарь И.А.* Электроконвекция и теплообмен // Кишинев: Штиинца, 1977. 320 с.
9. *Фарадей М.* Экспериментальные исследования по электричеству. Т. 1. М.: Изд-во АН СССР, 1947.
10. *Leshann O.* Effect of the Electric Forces on the Liquids. Macular // Phys., 1888. 54. № 3.
11. *Varburg E.* // Annal. Phys., 1895. 54.
12. *Gyemant A.* // Electrot Z., 1929. 32. 1225.
13. *Hofmann R.Z.* // Phys., 1934. 92. 759.
14. *Jones T.B.* Electrohydrodynamically Enhanced heat transfer in liquids. A review. Advances in heat transfer. V. 14, 104–148, 1978.
15. *Mocluskey F.M., Atten P., Perez A.T.* Heat transfer enhancement by electroconvection resulting from an injected space charge between parallel plates // Int. I. Heat Hass Transfer, V. 34, № 9, 2237–2250, 1991.
16. *Кожухарь И.А.* Теплообмен в условиях электрической конвекции / Автореферат диссертации доктора технических наук. Киев, 1992.
17. *Zhakin A.I.* Electrohydrodynamics: basic concepts, problems and applications. Kursk University Press. Kursk, 1996.
18. *Апфельбаум М.С.* О распределениях электрических полей в некоторых типах стационарных слабоионизованных струй // Электронная обработка материалов. 2007. № 1. С. 31–46.
19. *Гогосов В., Полянский В. и др.* // ПММ, 1969. 33. № 2. С. 232–241.
20. *Остроумов Г.А.* Взаимодействие электрических и гидродинамических полей. М.: Наука, 1979.
21. *Рубашов И.Б., Бортников Ю.С.* Электрогазодинамика М.: Гостехиздат, 1971.
22. *Стишков Ю.К., Остапенко А.А.* Электрогидродинамические течения в жидких диэлектриках. Л.: Изд. ЛГУ, 1989. 174 с.
23. *Гросу Ф.П., Болога М.К. и др.* Зарядообразование в жидких диэлектриках под воздействием электростатического поля // Электронная обработка материалов. 2007. № 5. С. 16–38.
24. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика сплошных сред. М., 1954.
25. *Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.Е.* Теплопередача. М.: Энергия, 1969.
26. *Plank M.* Uber die Efreugung von Elektricitat und Warme in Elektrolyten // Ann. Phys. Chem., 1890, 39. S. 161–186.
27. *Lazarenco B.R., Kozhukhar I.A., Bologa M.K.* // Int. I. Heat Mass Transfer. 1975. 18. 589–596.
28. *Капцов Н.А.* Электрические явления в газах и вакууме. М.: Гостехиздат, 1950.
29. *Lazarenco B.R., Grosu F.P., Bologa M.K.* Convective Heat Transfer Ehnancement by Electric Fields // Int. I. Heat Mass Transfer. 1975. 18. P. 1433–1441.
30. *Петриченко Н.А.* Электрический ветер в изолирующих жидкостях. Диссертация. Л., 1973.
31. *Цырлин Л.А.* О нестационарных токах в телах с малой собственной проводимостью // Вопросы математической физики. Л.: Наука, 1976. С. 143–151.

Поступила 29.02.08-

Summary

Isothermal electrohydrodynamic phenomena in three important approximations: isothermal, hydrostatic and electrohydrodynamic equilibrium of dissociation−recombination processes of charge transfer in liquids, are considered. For known mechanisms of isothermal charge formation the influence of electrohydrodynamic phenomena on heat transfer is estimated by means of criterion dependencies, obtained on the basis of determination of the scale of moving force of electroconvection. Results may be used for calculations of electroconvective heat exchangers and further study of isothermal electrohydrodynamic phenomena.