

Д.Ф. Белоножко, А.И. Григорьев

ДЕЛЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ КАПЕЛЬ ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ НА ЧАСТИ СРАВНИМЫХ РАЗМЕРОВ (обзор)

*Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
ул. Советская, 14, г. Ярославль, 150000, Россия*

1. Явление неустойчивости заряженных капель в постоянных и переменных электрических полях является частным случаем электрогидродинамической (ЭГД) неустойчивости заряженной поверхности жидкости во внешнем электрическом поле. В то же время исследователи часто рассматривают произвольную заряженную поверхность как часть поверхности капли. Например, при исследовании механизма развития неустойчивости на жидком мениске данный капилляр можно рассматривать как сильно вытянутую сфероидальную каплю, помещенную во внешнее электрическое поле [1]. С этой точки зрения многие приложения явления ЭГД неустойчивости поверхности жидкости оказывается удобным анализировать в рамках моделей ЭГД неустойчивости капли (см. обзоры [2–17] и цитируемую в них литературу).

В связи с изложенным результаты исследования неустойчивости капли по отношению к собственному и индуцированному заряду имеют важное значение не только для тех приложений, в которых капля присутствует как самостоятельный объект, но и играют фундаментальную роль в общей теории и практике применения явления ЭГД неустойчивости поверхности жидкости. С поднятой проблемой тесно связаны вопросы электроаэрозольных технологий [18], задачи очистки жидких металлов от шлаков и окислов [1], различные геофизические вопросы, касающиеся атмосферного (грозового) электричества [19–21], задачи, возникающие при разработке электрокапельструйных печатающих устройств [4], жидкометаллических источников ионов (ЖМИ) и устройств для масс-спектрометрии органических и термически нестабильных жидкостей [5, 7, 22]. На основе явления неустойчивости заряженной поверхности жидкости созданы устройства для получения порошков тугоплавких металлов [23], жидкометаллической эпитаксии и литографии [24], получения капель жидкого водорода для установок термоядерного синтеза [25].

2. Существуют различные режимы реализации ЭГД неустойчивости. Чтобы обосновать возможность того или иного способа реализации неустойчивости исследователями используется различная терминология в зависимости от теоретической модели, в рамках которой анализируется явление. Выделяются следующие (в порядке уменьшения грубости модели) способы теоретического моделирования обсуждаемого явления и принципы обоснования соответствующего способа разрушения неустойчивой капли.

I. Анализ силового баланса на поверхности капли. Применяется в условиях осевой симметрии формы капли, способной вытягиваться в эллипсоид вращения. Оценивается баланс кулоновской силы взаимодействия двух половинок вытянутого сфероида и лапласовской силы, действующей на экваториальную окружность. При таком подходе используется следующая терминология. Если при вытягивании капли лапласовская сила убывает быстрее, чем сила кулоновского отталкивания, то можно говорить о возможности деления капли пополам. В противном случае говорят о невозможности такого типа деления. Представляется затруднительной модификация этого подхода для анализа более сложных каналов реализации ЭГД неустойчивости [26–28].

II. Сравнительный анализ полной потенциальной энергии исходной капли и полной потенци-

альной энергии системы капля после распада на основе принципа минимальности потенциальной энергии равновесных состояний системы. Этот подход так же примитивен, как и предыдущий, поскольку основан на вычислении работы, совершенной силой кулоновского отталкивания против лапласовской силы в процессе разрушения капли, т.е. работы сил, баланс которых анализируется в подходе I. Корректность подхода II тем выше, чем больше состояний системы сравниваются между собой в процессе анализа. Ясно, что невозможно учесть все гипотетические варианты состояния системы после реализации неустойчивости. Они могут различаться числом и размерами образовавшихся в результате капль-продуктов распада, способами отделения продуктов распада от исходной капли, очередностью или одновременностью отделения, геометрическим расположением по отношению друг к другу и к исходной капле. На практике режимов неустойчивости наблюдается не так много. Далее будут приведены конкретные примеры грубости подобного подхода [29–32].

III. Анализ разложения по модам капиллярных колебаний капли условия баланса давлений на ее свободной поверхности [33–36]. Изначально этот метод применялся к капле, как к механической системе с бесконечным числом степеней свободы, когда амплитуды различных мод капиллярных колебаний выполняют роль обобщенных координат [33]. В наиболее употребительном варианте по модам колебаний разлагаются граничные условия, соответствующие уравнениям электрогидродинамики [36]. В терминологии этого подхода капля неустойчива, если амплитуда какой-либо моды капиллярных колебаний неограниченно растет во времени. О делении капли пополам в этом случае говорят, если скорость нарастания неустойчивости основной моды (по-другому сфероидальной деформации) гораздо выше скорости нарастания неустойчивости более высоких мод. В терминах этого метода можно описывать практически все возможные способы реализации ЭГД неустойчивости. Но ввиду сильной нелинейности капиллярных гидродинамических движений на финальной стадии реализации неустойчивости, теоретические расчеты с точным решением уравнений электрогидродинамики по методу III наталкиваются на серьезные трудности.

Согласно классическим представлениям, уже ввиду теплового движения молекул жидкости капля совершает колебательные движения в окрестности равновесной сферической формы с амплитудой $\sim \sqrt{kT/\gamma}$ (k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура; γ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости). Для каждой моды существует свое критическое значение поверхностного заряда, превышение которого приводит к экспоненциальному по времени в линейном приближении росту амплитуды соответствующей моды, что и означает реализацию неустойчивости. Такую неустойчивость называют аperiодической и каждой неустойчивой моде ставят в соответствие инкремент ее нарастания, который характеризует время, за которое амплитуда соответствующей моды увеличится в e раз. Устойчивость капли по отношению к собственному заряду Q принято характеризовать величиной так называемого параметра Релея $W \equiv Q^2 / (4\pi\gamma R^3)$, где R – радиус капли. Наиболее неустойчивой оказывается вторая мода, а критическим для нее является значение параметра Рэлея $W_c = 4$. Развитие неустойчивости на начальной стадии реализуется как сфероидальная деформация. Благодаря увеличению кривизны поверхности, на полюсах растет поверхностная плотность заряда, что сопровождается увеличением инкрементов неустойчивости все более высоких мод. На финальной стадии суперпозиция всех неустойчивых мод формирует конусообразные выступы на полюсах капли (так называемые конусы Тейлора), с вершин которых происходит сброс избыточного заряда в виде большого числа маленьких сильно заряженных капль. Описанный канал реализации ЭГД неустойчивости довольно хорошо изучен теоретически и экспериментально и называется рэлеевским в связи с общепризнанной значимостью работы [33], ставшей основой теоретического изучения ЭГД неустойчивостей в целом. Такой способ реализации неустойчивости имеет место для критически и закритически заряженных капль хорошо проводящей слабовязкой жидкости, когда влиянием внешней среды можно пренебречь. Как показано в экспериментах [37], в результате рэлеевского распада критически заряженной капли, она теряет около 25% своего заряда и 5% массы.

3. В настоящей работе предпринята попытка дать по возможности полное представление о современном состоянии исследований в отношении другого канала реализации ЭГД неустойчивости капли, подразумевающего деление капли на две части сравнимых размеров. Будем называть такой канал симметричным. Основное внимание будет уделено симметричному делению уединенной заряженной капли на части сравнимых размеров, подразумевая, что те же качественные соображения применимы к заряженной капле во внешнем постоянном или переменном электрическом поле.

Опытные данные по неустойчивости уединенной заряженной капли можно условно разделить на два класса.

А. Эксперименты по целенаправленному исследованию неустойчивости заряженной капли. Большинство этих работ имеет дело с каплей, несущей критический по Рэлею заряд, потому что это легко осуществить, предоставив возможность докритически заряженной капле свободно испаряться, уменьшаясь в размерах до тех пор, пока величина $W \equiv Q^2 / (4\pi\gamma R^3)$ не увеличится до своего критического значения. Близкое к симметричному деление отмечается в целом ряде подобных экспериментов [38–40].

Б. Наблюдение явлений, допускающих теоретическое описание в рамках капельных моделей (описание шаровых молний, закономерности распада тяжелых ядер, заряженных кластеров и т.п.). В соответствии со статистическими данными (около 4000 описаний шаровой молнии, собранные авторами [28, 41]), шаровая молния с вероятностью 0,01 способна делиться на две части сравнимых размеров. Известно, что захват медленного нейтрона ядром урана сопровождается взрывным делением последнего на два ядра сравнимой величины [26]. Очень похоже на поведение заряженной капли поведение заряженных кластеров – сгустков нескольких десятков атомов, у которых для нейтральности не хватает одного-двух электронов (однократно или двукратно заряженные). Экспериментально зафиксировано, что устойчивые с двойным положительным зарядом кластеры Pb не могут состоять менее чем из 30 атомов [42]. Причем масс-спектрометр фиксирует вместе с названным типом кластеров однократно заряженные кластеры из 15-20 атомов. С точки зрения капельного моделирования кластера этот факт говорит о возможности распада предельно заряженного кластера на части сравнимых размеров.

К результатам сравнения экспериментальных и теоретических работ необходимо подходить с большой осторожностью. Например, в работе [29] приводятся интересные фотографии этапа асимметричного распада заряженной капли воды в парафиновом масле на две. Но из фотографий видно, что распадающаяся капля так близко расположена к капилляру, на котором растет другая заряженная капля, что формулировать какие-либо выводы об асимметричности распада уединенной заряженной капли (как это делают авторы) нет никаких оснований. Во всех экспериментальных работах такие эффекты, как влияние электрического поля, в котором подвешена капля, аэродинамическое сопротивление падающей капле, близко расположенные электроды, даже явление испарения капли накладывают определенный отпечаток на характер развития неустойчивости. Тем более трудно сравнивать теоретические результаты с закономерностями развития неустойчивости таких объектов, как шаровая молния или заряженный кластер, потому что нужно вводить предположения о таких свойствах вещества, как проводимость и диэлектрическая проницаемость, которые для таких необычных объектов неизвестны [43].

В разных природных условиях деление исходной капли на две части сравнимых размеров объясняется различными причинами. Так, в экспериментах [44] это связано со значительным влиянием вязкости внешней среды, демпфирующей неустойчивость высоких мод капиллярных колебаний неустойчивой капли. Механизм такого процесса рассмотрен на настоящий момент лишь качественно [45]. В экспериментах [38] деление капли на части сравнимых размеров при докритическом заряде обусловлено значительными механическими деформациями изначально сферической капли. В экспериментах [46] то же явление обусловлено большой неоднородностью внешнего электрического поля.

Теоретическое моделирование симметричного способа реализации неустойчивости заряженной капли в научной литературе представлено по большей части в рамках подходов I и II. Эта идея заимствована из работ Френкеля [26] и Бора [27] по капельной модели ядра. Результаты, полученные в рамках подобных моделей, оказываются довольно чувствительны даже к небольшим изменениям модели, которые могут в корне изменить результаты, полученные подобным методом. Например, с помощью энергетического подхода Райс предсказывает возможность деления критически и закритически поверхностно заряженной капли на части сравнимых размеров в одной своей работе [29] и говорит о принципиальной невозможности такого деления в рамках другой энергетической модели [30], предсказывает наиболее вероятным распад на три, четыре и более частей. В обоих случаях не удается адекватно связать построенные в [29, 30] модели с экспериментами, описанными в тех же работах. Справедливости ради нужно отметить, что работы [29, 30] очень интересны тем, что формулируют верный путь решения задачи и постановки эксперимента. Грубость моделей [29, 30] связана с полным игнорированием энергии взаимодействия продуктов распада.

В рамках энергетического подхода Кан [47] выписал критерий стабильности заряженной капли по отношению к делению на m равных частей при бесконечно большой деформации:

$$W_* = 2 \frac{m - m^{2/3}}{m^{2/3} - 1}; \text{ при } m = 2: W_* = 1,4 < W_c = 4.$$

Здесь W_* – критическое в смысле возможности деления на m равных частей значение параметра Рэлея. Энергетический анализ возможности распада сильно заряженной хорошо проводящей капли на две части сравнимых размеров с учетом энергии электростатического взаимодействия дочерних капель на основе точных выражений для коэффициентов взаимной емкости двух близко расположенных сфер пытались провести авторы работы [48]. Расстояние между каплями после акта деления вычислялось на основании предположения о катеноидной форме перемычки на этапе деления. Но в этой работе сделано грубое допущение об обязательном равенстве электрических потенциалов дочерних капель, что в общем случае неверно. В этом приближении авторы пришли к выводу, что при критическом значении собственного заряда минимальна энергия системы двух капель с отношением масс примерно 1/4. Однако на широком интервале отношения масс дочерних капель (от 0,1 до 0,9) значение энергии не более чем на 10% отличается от ее максимального значения на этом интервале. Это означает, что даже незначительные внешние воздействия могут приводить к делению капли в самом широком диапазоне отношений масс. Недостаток работы [48] устранен в работе [49], где показано, что при $W = W_c$ энергетический подход запрещает образование двух соприкасающихся сферических капель любых размеров, а в предположении существования катеноидной перемычки между дочерними каплями в момент, непосредственно предшествующий распаду, самопроизвольное деление на две капли в значительной степени асимметрично. При этом отношение масс образующихся капель примерно 1/20 исходной и отношение зарядов 1/5. Легко подсчитать, что для малой капли параметр Рэлея $W \approx 4(1/6)^2 / (1/21) \approx 2,3$, а для большой $W \approx 4(5/6)^2 / (20/21) \approx 2,9$. Таким образом, заряд обеих дочерних капель оказывается докритическим по Рэлею, а сами капли устойчивыми по отношению к собственному заряду.

Рассматривая задачу в рамках энергетического подхода авторы часто не уточняют, что значит хорошо проводящая жидкость. На самом деле, в хорошо проводящей капле время релаксации электрического заряда $\tau_e = \epsilon / (4\pi\sigma)$ много меньше характерного времени гидродинамической релаксации $\tau_* = R / C$ [34, 50] (C – скорость звука в жидкости).

Итак, если капля заряжена закритически по Рэлею, а жидкость можно считать идеальным проводником ($\tau_e \ll \tau_*$), то деление на части сравнимых размеров маловероятно согласно энергетическому подходу [31, 32, 49]. Аналогичный результат получается в результате анализа баланса электрических и лапласовских сил [51], согласно которому в обсуждаемой ситуации при увеличении эксцентриситета лапласовская сила убывает медленнее, чем сила кулоновского отталкивания. Следовательно, претерпевающая неустойчивость капля, вытягиваясь в сфероид, не порвется пополам, то есть она устойчива относительно деления (по плоскости симметрии) на две равные части при значительных (в рамках разумного) деформациях.

Анализ теоретических работ показывает, что симметричное деление уединенной заряженной капли можно ожидать в следующих случаях [28, 31, 32, 49].

а) Диэлектрическая капля заряжена критически или закритически в смысле потери устойчивости по отношению к собственному заряду. Такая ситуация возможна при вторичном распаде диспергируемых капель жидкости, имеющей нулевую проводимость (например, жидкого гелия и водорода). Если жидкость является идеальным диэлектриком: $\tau_e \gg \tau_*$, то энергетические модели неустойчивости капли с собственным зарядом, равномерно распределенным по ее объему, предсказывают наибольшую вероятность для симметричного деления. Энергетическая модель [31, 32], на основании которой сделан подобный вывод, некорректно учитывает взаимодействие между дочерними каплями после акта деления. Авторы ограничиваются приближением точечных зарядов, никак не учитывая поляризационное взаимодействие зарядов на близко расположенных дочерних каплях. Это взаимодействие должно ослабить силу отталкивания реальных одноименно заряженных капель по сравнению с кулоновской силой одноименных точечных зарядов. А поскольку именно величина этой силы определяет размер отрывающегося куса, вероятно, приближение, использованное в [31, 32], провоцирует ошибку в сторону завышения размера отрывающейся капли. Возникающее сомнение в правильности результата [31, 32] отчасти рассеивается, при обращении к другим, впрочем тоже качественным, работам. Так, в терминологии силового баланса, цитируемый в [31, 32],

результат полностью подтверждается [28]. Более того, в [28] он обобщается на случай степенной зависимости объемной плотности заряда ρ_ε от расстояния до центра [28]:

$$\rho_\varepsilon = \rho_\varepsilon^0 \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2 + z^2}{b^2} \right)^\lambda.$$

Здесь x , y и z – декартовы координаты точки сфероидальной капли, вытянутой вдоль оси симметрии OX , а параметры a и b – большая и малая полуоси соответствующего капле сфероида вращения. Ситуация с равномерным по объему распределением заряда соответствует значению $\lambda = 0$. При $\lambda \rightarrow \infty$ получится поверхностно заряженная капля. При $0 \leq \lambda \leq \infty$ выписанная формула даст распределение объемной плотности заряда, которой можно аппроксимировать распределение заряда в реальных плохо проводящих веществах на интервалах времени, меньших времени релаксации заряда в веществе. Как показывает анализ [28], при не слишком больших значениях $\lambda \leq 5$ капля будет делиться на две части. При больших значениях $\lambda \geq 10$ этого не произойдет. Критическое для потери устойчивости по отношению к собственному заряду значение параметра W увеличивается с увеличением λ от $W = 2\frac{2}{3}$ при $\lambda = 0$ до $W = 4$ при $\lambda \rightarrow \infty$. В реальной ситуации в зависимости от физико-химических свойств жидкости капля может вести себя и как диэлектрическая (на временных масштабах много меньших времени перераспределения заряда) и как идеально проводящая (если характерное время развития электрогидродинамической неустойчивости много больше τ_ε). Другими словами, в реальной ситуации капля, имеющая изначально объемное распределение заряда, стекающего к поверхности за счет кулоновского расталкивания, может делиться пополам на начальной стадии своей эволюции и переходить на рэлеевский режим на финальной стадии.

Если характерные времена τ_ε и τ_* сравнимы, тогда деление на части сравнимых размеров возможно только при наличии сильной механической деформации. Степень симметричности деления при этом тем выше, чем больше степень деформации.

б) Капля несет докритический заряд. В этом случае только наличие механической деформации может стать причиной ее неустойчивости. Если капля испытывает деформацию к сплюснутому сфероиду, то реализация неустойчивости запрещается энергетическими принципами [52]. Если же докритически заряженная капля механически деформируется в вытянутый сфероид, тогда возможны различные способы реализации неустойчивости в зависимости от электрических и динамических свойств жидкости [32]. Энергетический подход разрешает возможность реализации неустойчивости и идеально проводящей и диэлектрической поверхностно заряженной и диэлектрической объемно заряженной каплей. Необходимый для реализации неустойчивости заряд тем меньше, чем больше степень начальной деформации каплей. Распад на равные части гарантирован лишь для объемно заряженной капли. Увеличение поверхностного заряда снижает вероятность симметричного деления, оставляя принципиальную возможность такого процесса только для критически заряженной капли [28, 32].

в) Капля заряжена закритически, но жидкость необходимо считать сильно вязкой. Жидкость является сильно вязкой, если для безразмерного параметра $\eta = \sqrt{\rho\nu^2/R\gamma}$, выполняется неравенство $\eta > 1$ (ρ – плотность; ν – кинематическая вязкость капли). В этом случае распад части сравнимых размеров возможен как результат реализации неустойчивости по отношению к собственному и по отношению к индуцированному заряду [50, 53, 54]. Выполнение условия $\eta > 1$ возможно для достаточно мелких капелек любой жидкости. К примеру, это выполняется для водных капелек с радиусом $R < 0,02$ мкм. Видимо, именно так реализуется неустойчивость капелек субмиллиметровых размеров, эмиттируемых с конца капилляра в некоторых масс-спектрометрах [55, 8]. Описанная ситуация справедлива, когда капля несет заряд порядка критического.

Расчеты показывают, что формирование эмиссионных выступов на вершинах распадающейся капли осуществляется за счет высоких мод с номерами $n \approx 10^2 - 10^5$. В то же время, переход от мало вязкой капли к сильно вязкой приводит к снижению инкремента неустойчивости моды с $n = 12$ уже примерно на два порядка, для более высоких мод это снижение будет еще более существенным [50]. Можно сказать, что влияние вязкости, снижающее более чем на два порядка величины инкрементов неустойчивости высоких мод, образующих эмиссионный выступ, приводит к выравниванию масштабов изменения инкрементов неустойчивости: основной моды, контролирующей вытягивание исходной капли в сфероид, и высоких мод, образующих эмиссионный выступ. В результате разрушение родительской капли реализуется как деление пополам.

Если собственный заряд капельки значительно превышает критическое значение, то инкременты нарастания неустойчивости для всех мод будут весьма высокими. Поэтому даже для капель сильно вязкой жидкости реализуется классический сценарий неустойчивости, если их собственный заряд существенно закритичен. Так, например, мениск ЖМИ может эмиттировать капельки с зарядом на порядок большим, чем критический рэлеевский.

Качественно баланс между тенденцией к симметричному распаду при увеличении вязкости и стремлением капли распасться по Рэлею при увеличении степени закритичности поверхностного заряда для хорошо проводящей капли можно описать по аналогии с тем, как это сделано в [50]. Сильно заряженная неустойчивая капля вытягивается в фигуру, близкую к сфероидальной, вследствие экспоненциального роста амплитуды неустойчивой основной моды. Сопутствующее увеличение плотности заряда на вершинах капли становится причиной резкого увеличения инкрементов неустойчивости высоких мод, при суперпозиции которых на вершинах вытягивающейся капли образуются эмиттирующие выступы. Отрыв вершин этих выступов за счет электростатического отталкивания от основной капли и есть эмиссия дочерних капель. С началом сброса заряда дальнейшее вытягивание исходной капли прекращается. Влияние вязкости, проявляющееся прежде всего в демпфировании высоких мод капиллярных колебаний (образующих эмиттирующий выступ), приведет к уменьшению частоты эмиссии дочерних капелек, так как величины инкрементов высоких мод резко уменьшаются. Если же частота эмиссии дочерних капелек по порядку величины приблизится к инкременту нарастания амплитуды основной моды (определяющей вытягивание капли в сфероид), то удлинение капли за период эмиссии дочерних капелек может стать достаточно большим для реализации деления исходной капли пополам. Интересно отметить, что получившиеся в результате такого деления пополам дочерние капли даже в случае неустойчивости по Рэлею не будут разрушаться по рэлеевскому каналу, поскольку удельный заряд каждой из них уменьшится, а величина параметра η , характеризующего вязкость, увеличится по сравнению с исходной каплей.

Может случиться, что на характерных для реализации деления пополам временных интервалах (определяемых по порядку величины инкрементом нарастания неустойчивости основной моды) существенным может стать влияние процесса испарения капли, характерный временной масштаб которого ($\tau \approx R^2/D$ где D – коэффициент диффузии пара жидкости в среде). Для водных капель размером $R=1$ мкм будет $\tau \approx 1$ нс. Но можно оценить, что и характерное время развития неустойчивости основной моды такой капли тоже около 1 нс [53]. Если при испарении капля будет терять только массу, сохраняя весь заряд, то степень закритичности заряда по отношению к рэлеевской неустойчивости будет увеличиваться прямо пропорционально потере массы. Это приведет к увеличению инкрементов неустойчивости высоких мод и такая капля может в конце концов распасться по Рэлею. Все результаты, процитированные в пункте в) получены в результате качественного анализа линеаризованной модели развития ЭГД неустойчивости, построенной на базе помодового анализа явления с помощью метода III (см. предыдущий пункт).

г) *Неустойчивость капли не аperiodическая, а колебательная.* При исследовании линеаризованных электрогидродинамических уравнений для капиллярных движений (то есть построению линеаризации метода) выясняется качественная возможность нерэлеевского распада. На части сравнимых размеров может развалиться капля, претерпевающая колебательную неустойчивость, которая возникает из-за раскачки тепловых капиллярных волн волнами перераспределяющегося в капле и во внешней среде [56, 57]. Колебательная неустойчивость реализуется, если проводимость внешней среды гораздо выше проводимости капли. Подобная ситуации подразумевает наличие электрического тока от поверхности капли во внешнюю среду. Стеkanie заряда с поверхности должно компенсироваться каким-либо механизмом образования новых зарядов или их притоком из объема. В связи с необычностью требуемых для колебательной неустойчивости условий ответ на вопрос о возможности симметричного деления капли через этот канал может оказаться интересным экспериментальным направлением, которое пока в научно-экспериментальной литературе не представлено.

Кроме моделирования двух предельных ситуаций: рэлеевской неустойчивости заряженной капли и ее симметричного распада, в научной литературе встречаются модели, которые можно назвать промежуточными моделями неустойчивости. Так, в [58] рассмотрен вопрос о возможности эмиттирования проводящей каплей, заряженной до рэлеевского предела одновременно нескольких заряженных капель, отрывающихся от исходной, образуя центрально симметричное облако, окружающее оставшуюся после деления часть капли. Однако соответствующий энергетический анализ в [58] довольно бесцеремонно использует допущение о поверхностной плотности заряда на каплях после деления, которое получается простым делением общего заряда на суммарную поверхностную площадь капель. Если же существуют условия, при которых это требование выполняется, то [58]

предсказывает одновременное выбрасывание исходной капелькой не более чем семи капелек, уносящих в целом сотые доли массы исходной капли и десятые доли начального заряда.

Деление на три части сравнимых размеров мало освещено в научной литературе. Деление одновременно на несколько частей наблюдалось экспериментально для сильно закритически заряженных водных капель в парафиновом масле [29]. По-видимому, в проведенных экспериментах переход от одного режима реализации неустойчивости к другому происходил плавно по мере изменения условий проведения эксперимента. Так, в [30] описана ситуация, когда при некотором значении собственного заряда капля воды в парафиновом масле, претерпевая неустойчивость, приняла форму, способную выбросить три капли, но перемишка между начальной каплей и одним из каплеобразных выступов разрушилась первой, и оставшийся каплеобразный выступ в дальнейшем не отделился. Слабее заряженные капли делились на две, а заряженные сильнее – на три.

4. В рамках изложенной качественной схемы должен рассматриваться распад заряженных и незаряженных капель в сильном внешнем постоянном электрическом поле, а также в переменном внешнем электрическом поле.

В отличие от распада сильно заряженной капли закономерности распада незаряженной капли (не говоря уже о ситуации с заряженной каплей) во внешнем поле исследованы лишь на уровне качественного объяснения экспериментов. При этом более подробно исследован канал распада, аналогичный рэлеевскому и объясняемый в той же терминологии, что и классический вариант распада уединенной заряженной капли.

В случае незаряженной капли во внешнем электрическом поле причина неустойчивости – электрический заряд, индуцированный на поверхности капли. Преобладание электрических сил над силами поверхностного натяжения приводит к распаду капли. В качестве меры неустойчивости в этом случае используется значения так называемого безразмерного параметра Тейлора $w^2 = E^2 R / (16\pi\gamma)$ [46]. Неустойчивость хорошо проводящей капли реализуется, если w^2 превышает некоторое критическое значение равное $w_c^2 = 0,0524$. Существующие представления базируются на экспериментах с неустойчивостью жидкого мениска, имеющего высокий потенциал [59], и с неустойчивостью капель, свободно падающих в электрическом поле [44,45], на теоретических представлениях Тейлора [46]. Эти исследования показали, что хорошо проводящая капля в электрическом поле принимает форму вытянутого сфероида с эксцентриситетом, квадрат которого в линейном по своей величине приближении связан с напряженностью внешнего поля, как $e^2 \approx 9w^2$ [35]. По превышении w_c на противоположных полюсах большей полуоси формируются конусы, начинающие инжектировать маленькие заряженные капельки жидкости. Эти представления нельзя привлечь для объяснения явления распада заряженных капель слабо проводящей или сильно вязкой жидкости на соизмеримые фрагменты [45,60].

Условия реализации неустойчивости в более сложных случаях (когда внешнее поле переменное, неоднородное, изменяющееся стохастически и т.п.) довольно громоздки даже для идеально проводящей капли в отсутствие внешней среды и здесь не выписываются, чтобы не загромождать изложение. Обычно эти условия формулируются в терминах параметров Тейлора и Рэлея. Критическое значение параметра Тейлора для капли реальной жидкости выше, чем для идеально проводящей капли и сильно зависит от электрических свойств вещества капли и окружающей среды [61]. Отметим, что условие устойчивости капли реальной жидкости в постоянном однородном электрическом поле выписано в работе [61], критерий устойчивости капли в переменном однородном электрическом поле можно найти в [62]. В [63] получено условие неустойчивости заряженной капли в переменном поле точечного заряда. В [64] выписан критерий неустойчивости для пары капель в однородном электрическом поле, а в [65] сформулирован критерий устойчивости капли по отношению к стохастически изменяющемуся собственному заряду.

Помодовый анализ капиллярных движений [35] предсказывает тенденцию к росту размера дочерних капелек при значительных напряженностях внешнего поля. Но следует понимать, что эти капли сами могут быть неустойчивыми. Действительно, при делении исходной капли на две вдвое уменьшится объем и в $\sqrt[3]{2} \approx 1,26$ раза радиус, а значит, и w^2 . Новое значение w^2 снова будет закритическим, если достаточно велика степень закритичности исходной капли. Кроме того, индуцированные на поверхности исходной капли заряды оказываются разделенным после разрыва капли. Образовавшиеся куски поэтому будут заряжены, что является дестабилизирующим фактором. Поэтому даже если в рамках энергетического подхода доказать возможность деления на части сравнимых размеров капель в сильных электрических полях, то этот процесс будет наблюдаться как

развал капли на гораздо более мелкие через промежуточную стадию, которая экспериментаторами может быть идентифицирована как побочное явление.

Так же, как и в случае неустойчивости заряженной капли, можно ожидать, что на части сравнимых размеров будет делиться диэлектрическая капля, если ее собственный заряд закритичен. Это утверждение подразумевает факт существования критического (в смысле реализации симметричного распада) заряда. Но есть теоретические результаты, противоречащие этому факту. Так, в работе [66] полагалось, что внешняя среда имеет единичную диэлектрическую проницаемость, а капля характеризуется диэлектрической проницаемостью. Расчет на основе энергетических соображений показал, что при $\varepsilon < 20,8$ для любого значения параметра Тейлора w имеется равновесное состояние типа вытянутого сфероида с возрастающей вместе с w степенью вытянутости вдоль поля. Из общефизических соображений ясно, что при увеличении w степень сфероидальной деформации капли не может неограниченно возрастать, и этот результат – следствие грубости модели [66]. Однако, учитывая найденную тенденцию, можно предположить, что в весьма сильном внешнем электростатическом поле диэлектрическая капля из-за значительности деформации разорвется. Соображения размерности позволяют предположить, что размер продуктов распада оценивается характерной длиной $\rho v^2 / \gamma$. Это означает увеличение вероятности симметричного деления для сильновязких капель и маловероятность такого деления для слабовязких капель. Представляется, что сформулированное следствие работы [66] не вписывается в канву аналогии между неустойчивостью заряженной капли по отношению к собственному заряду и неустойчивостью по отношению к индуцированному заряду. На самом деле утверждение а) предыдущего пункта можно перенести на ситуацию с более сложной ЭГД неустойчивостью с оговоркой о недостижимости критических условий для некоторых диэлектрических жидкостей. При $\varepsilon > 20,8$ согласно [66] существует критическое значение w_* , по превышении которого капля становится неустойчивой. При $\varepsilon \rightarrow \infty$ значение w_* стремится к известному предельному w_c [66].

Итак, распад капли на части сравнимых размеров в постоянном электрическом поле или при параметрической раскачке переменным электрическим полем может происходить в силу тех же причин, что и при аperiodически развивающейся неустойчивости уединенной заряженной капли. Как и в предыдущем пункте, можно говорить о симметричности такого распада в следующих случаях.

а) Жидкость является объемно заряженным диэлектриком, а капля имеет заряд, закритический в смысле возможности реализации неустойчивости [67, 68]. Для некоторых диэлектриков критические условия принципиально не достигаются.

б) Вязкость жидкости достаточно велика для того, чтобы выполнилось неравенство $\eta > 1$. В этом случае инкременты неустойчивости высоких мод много меньше инкремента неустойчивости основной моды, образования эмиссионных выступов за время изменения полярности внешнего поля не происходит [69]. Рост же амплитуды основной моды (рост величины сфероидальной деформации) может происходить за несколько периодов смены полярности, если характерное время гидродинамической релаксации сфероидальной деформации (амплитуды основной моды) к сферической форме под действием сил поверхностного натяжения, тормозящееся вязкостью, будет больше периода изменения полярности внешнего поля. По-видимому, именно такой канал распада наблюдался в экспериментах [70].

в) Капля несет докритический заряд, но амплитуда виртуальной (например, сфероидальной) деформации капли, несущей заряд меньший критического для реализации неустойчивости, весьма велика и превышает некоторое критическое значение, зависящее от величины заряда капли, ее размера и коэффициента поверхностного натяжения жидкости [71]. Вероятно, подобный распад был зафиксирован в [66].

г) Деление капли на две или несколько частей сравнимых размеров может иметь место за счет большой скорости нарастания величины виртуальной сфероидальной деформации идеально проводящей капли маловязкой жидкости, когда инкремент основной моды превысит некоторое предельное значение, то есть в силу инерции [72]. По-видимому, именно такой канал распада реализовался в экспериментах [39], где заряженные капли радиусом ~ 100 мкм распались на две, три или четыре дочерних капельки при резком торможении в неоднородном электрическом поле. Для капель с большой вязкостью ($\eta > 1$) такой путь их распада на части сравнимых размеров маловероятен, так как о больших скоростях нарастания деформации в этом случае говорить сложно.

При большой амплитуде напряженности внешнего высокочастотного электрического поля или высокой степени закритичности постоянного с вершин очень вязкой хорошо проводящей слабо

деформированной капли могут вырываться весьма интенсивным полем «куски жидкости» с имеющимся на них зарядом, когда величина отрицательного давления электрического поля на свободную поверхность превысит предел прочности жидкости. Такой распад может реализовываться для сильно заряженных капель маловязких жидкостей (с малым временем гидродинамической релаксации) в высокочастотных переменных полях большой амплитуды, когда скорость движения поверхности капли достаточно велика. При резонансной раскачке колебаний, когда амплитуда растет со временем по линейному закону, реализация такого канала для основной моды капиллярных колебаний маловероятна. При параметрической же раскачке неустойчивости такой канал вполне возможен, так как в этом случае амплитуда капиллярных колебаний растет со временем по экспоненциальному закону.

5. Проведенный анализ современного состояния вопроса о делении заряженной капли на части сравнимых размеров в различных условиях носит качественный характер. Это связано с отсутствием целенаправленно поставленных экспериментальных исследований этого явления, а так же его слабой теоретической разработкой, несмотря на очевидную научно-техническую ценность таких исследований. Можно ожидать, что наибольшей отдачи в смысле новизны научных результатов можно ожидать от разработки нелинейных динамических моделей деления капли на части сравнимых размеров на базе исследования основных уравнений электрогидродинамики, с применением современных компьютерных технологий, позволяющих реализовать как численные, так и аналитические модели высокой сложности. В экспериментальном плане наиболее интересные результаты могут быть связаны с детальным исследованием колебательного режима ЭГД неустойчивости.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ширяева С.О., Григорьев А.И.* О некоторых закономерностях электродиспергирования жидкости // ЖТФ. 1995. Т. 65. Вып. 9. С. 46–55.
2. *Vaily A.G.* Electrostatic atomization of liquids (revue) // *Sci.Prog., Oxf.* 1974. V. 61. P. 555–581.
3. *Коженков В.И., Фукс Н.А.* Электрогидродинамическое распыление жидкости (обзор) // *Успехи химии.* 1976. Т. 45. № 12. С. 2274–2284.
4. *Буряев Т.К., Верещагин И.П., Пашин Н.М.* Исследование процесса распыления жидкостей в электрическом поле // *Сильные электрические поля в технологических процессах.* М., 1979. № 3. С. 87–105.
5. *Габович М.Д.* Жидкометаллические источники ионов (обзор) // *УФН.* 1983. Т.140. №1. С.137–151.
6. *Vailey A.G.* The Theory and Practice of Electrostatic Spraying (revue) // *Atomization and Spray Technology.* 1986. V. 2. P. 95–134.
7. *Дудников В.Г., Шабалин А.Л.* Электрогидродинамические источники ионных пучков (обзор) // *Препринт 87–63 ИЯФ СО АН СССР.* Новосибирск, 1987.
8. *Золотой Н.Б., Карпов Г.В., Скурат В.Е.* О механизмах образования ионов и ионных кластеров из заряженных капель // *ЖТФ.* 1988. Т. 58. Вып. 2. С. 315–323.
9. *Елецкий А.В., Смирнов Б.М.* Свойства кластерных ионов (обзор) // *УФН.* 1989. Т. 159. № 1. С. 45–82.
10. *Ширяева С.О., Григорьев А.И., Сыщиков Ю.В.* Электростатическое монодиспергирование жидкостей как метод получения двухфазных систем (обзор) // *ЖПХ.* 1989. Т. 62. № 9. С. 2020–2026.
11. *Fenn J.B., Mann M., Meng C.K. et al.* Electrospray ionization for mass spectrometry of large biomolecules (revue) // *Science.* 1989. V. 246. № 4926. P. 64–71.
12. *Шевченко С.И., Григорьев А.И., Ширяева С.О.* ЭГД распыление жидкости (обзор) // *Научное приборостроение.* 1991. Т. 1. № 4. С. 3–21.
13. *Григорьев А.И., Ширяева С.О., Шевченко С.И.* Электрогидродинамические неустойчивости в дисперсных системах (обзор) // *Научное приборостроение.* 1991. Т. 1. № 3. С. 25–43.
14. *Ширяева С.О., Григорьев А.И., Святченко А.А.* Классификация режимов работы электрогидродинамических источников жидко-капельных пучков (обзор) // *Препринт ИМРАН № 25.* Ярославль, 1993.
15. *Григорьев А.И., Ширяева С.О.* Капиллярные неустойчивости заряженной поверхности капель и электродиспергирование жидкостей (обзор) // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1994. № 3. С. 3–22.
16. *Григорьев А.И.* Неустойчивость заряженных капель в электрических полях // *Электронная обработка материалов.* 1990. № 6. С. 23–32.
17. *Колесниченко А.Ф.* Технологические МГД установки и процессы. Киев, 1980.
18. *Болога Ан.М.* Генерирование водного заряженного аэрозоля. Интегральные характеристики электростатических распылителей // *Электронная обработка материалов.* 1999. № 2. С. 27–36.

19. Григорьев А.И., Синкевич О.А. О природе электрических явлений в воронке смерча // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 10. С. 1985–1987.
20. Григорьев А.И. К объяснению феномена "курильского света" // Метеорология и гидрология. 1988. № 5. С. 67–75.
21. Стаханов И.П. Об устойчивости шаровой молнии // ЖТФ. 1974. Т. 44. № 7. С. 1373–1380.
22. Григорьев А.И., Ширяева С.О. Физические принципы электрогидродинамического способа получения ионно-кластерно-капельных пучков // Сб. тр. НТО АН СССР. Научное приборостроение. Физика аналитических приборов. Л., 1989. С. 28–35.
23. Mahoney J. F., Taylor S., Perel J. Fine powder production using electrodynamic atomization // IEE Trans. Ind. Appl. 1987. V.I.A. 23. № 2. P. 197–204.
24. D'Crus C., Pourrezali K. Ion cluster emission and deposition from liquid gold ion sources // J. Appl. Phys. 1985. V. 58. № 7. P. 2724–2730.
25. Woosley J.P., Turnbull R.J., Kim K. Electrostatic spraying of insulating liquids: II // IEEE Trans. Ind. Appl. 1982. V.IA-18. № 3. P. 314–320.
26. Френкель Я.И. Электрокапиллярная теория расщепления тяжелых ядер медленными нейтронами // ЖЭТФ. 1939. Т. 9. Вып. 6. С. 641–653.
27. Voehr N., Wheeler J.A. The mechanism of Nuclear Fission // Phys. Rev. 1939. V.56, N 5. P. 426–450.
28. Григорьев А.И., Ширяева С.О., Григорьева И.Д., Лазарянец А.Э., Мухина Е.И. О возможности деления шаровой молнии на две // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 4. С. 25–31.
29. Ryce S.A., Wyman R.R. Asymmetry in the electrostatic dispersion of liquids // Canadian Journal of Phys. 1964. V. 42. P. 2185–2194.
30. Ryce S.A., Patriarche D.A. Energy considerations in the electrostatic dispersion of liquids // Can. J. Phys. 1965. V. 43. P. 2192–2199.
31. Коромыслов В.А., Григорьев А.И., Ширяева С.О. Деление заряженных капель на части сравнимых размеров при сильных сфероидальных виртуальных деформациях // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 8. С. 31–38.
32. Григорьев А.И., Коромыслов В.А., Ширяева С.О., Григорьева И.Д. Некоторые закономерности деления заряженных проводящих и диэлектрических капель при сфероидальных деформациях // Электронная обработка материалов. 1995. № 1. С. 35–39.
33. Rayleigh. On the equilibrium of liquid conducting masses charged with electricity // Phil. Mag. 1882. V. 14. P. 184–186.
34. Ширяева С.О., Григорьев А.И., Григорьева И.Д. Характерное время развития неустойчивости сильно заряженной капли // ЖТФ. 1995. Т. 65. Вып. 9. С. 39–45.
35. Ширяева С.О., Григорьев А.И. О некоторых закономерностях распада незаряженной капли в сильном электростатическом поле // ПЖТФ. 1993. Вып. 18. С. 87–92.
36. Григорьев А.И., Лазарянец А.Э. Скаляризация векторных краевых задач линейной гидродинамики // ЖТФ. 1993. Т. 63. Вып. 10. С. 12–19.
37. Schweizer J.W., Hanson D.N. Stability limit of charged drops // J. Coll. Int. Sci. 1971. V. 35. № 3. P. 417–423.
38. Adam J.R. Linbland N.R. Hendrics C.D. The collision, coalescence and disruption of water droplets // J. Appl. Phys. 1968. V. 39. № 11. P. 5173–5180.
39. Berg T.G.O. et al. Stable, unstable and metastable charged droplets // J. Atm. Sci. 1970. V. 27. № 11. P. 1173–1181.
40. Rude S.A., Patriarche D.A. Energy considerations in the electrostatic dispersion of liquids // Canad. J. Phys. 1965. V. 43. P. 2192–2199.
41. Григорьев А.И., Григорьева И.Д., Ширяева С.О. Наблюдения шаровых молний и их анализ // Химия плазмы. № 17. М., 1991. С. 218–248.
42. Sattler K., Muhlbach J., Echt O., Pfau P., Recknagel E. Evidence for Coulomb Explosion of Doubly Charged Microclusters // Phys. Rev. Lett. 1981. V. 47. № 3. P. 160–163.
43. Месеняшин А.И. Электростатическая природа шаровой молнии // Электронная обработка материалов. 1998. № 1–2. С. 54–58.
44. Nolan G.G. The breaking of water drops by electric field // Proc. Roy. Irish Akad. 1926. A37. P. 28–39.
45. Macky W.A. Some investigation on the deformation and breaking of water drops in strong electric fields // Proc. Roy. Soc. Lon. 1931. V. 133. № A822. P. 565–587.
46. Taylor G. Disintegration of water drops in an electric field // Proc. Roy. Soc. A. 1964. V. 280. P. 383–397.
47. Cahn J.W., Stability of electrically charged conducting droplets // Phys. Fluids. 1962. V. 5. № 11. P. 1662–1663.
48. Elghazaly Hany M.A., Castle G.S. Peter. Analysis of the Instability of Evaporating Charged Liquid Drops // IEEE Transactions on industry applications. 1986. V. IA-22. № 5. P. 892–896.

49. Шукин С.И., Григорьев А.И. Энергетический анализ возможных каналов распада заряженной капли на две части // ЖТФ. Т. 70. Вып. 4. С. 1–7.
50. Ширяева С.О., Григорьев А.И. Физические закономерности формирования ионно-кластерно-капельного пучка в жидкостном масс-спектрометре // ЖТФ. 1993. Т. 63. Вып. 8. С. 162–171.
51. Григорьев А.И., Ширяева С.О., Белавина Е.И. Равновесная форма заряженной капли в электрическом и гравитационном полях // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 6. С. 27–34.
52. Григорьев А.И., Ширяева С.О., Шукин С.И. Устойчивость заряженных капель сфероидальных форм по отношению к осесимметричным деформациям // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 8. С. 33–36.
53. Григорьев А.И., Лазаряну А.Э. Рэлеевская неустойчивость заряженной вязкой капли // Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 5. С. 11–47.
54. Григорьев А.И., Ширяева С.О., Коромыслов В.А. Капиллярные колебания и устойчивость заряженной вязкой капли в вязкой диэлектрической среде // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 9. С. 1–7.
55. Галль Л.Н., Краснов Н.В., Куснер Ю.С. и др. Электрогидродинамический ввод жидких веществ в масс-спектрометр // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 8. С. 1559–1571.
56. Белоношко Д.Ф., Григорьев А.И. Колебательная неустойчивость заряженной границы раздела электропроводных жидкостей // Электронная обработка материалов. 1998. Т. 193. № 3–4. С. 75–80.
57. Ширяева С.О., Григорьев А.И., Белоношко Д.Ф. Устойчивость заряженной капли вязкой электропроводной жидкости в вязкой электропроводной среде // ЖТФ. 1999. Т. 69. Вып. 10. С. 34–42.
58. Roth R.G., Kelly A.J. Analysis of the Disruption of evaporating Charged Droplets//IEEE Transactions on industry applications. 1983. V.IA-19. № 5. P. 771–775.
59. English W.N. Corona from a Water Drop // Phys. Rev. 1948. V. 74. № 2. P. 179–189.
60. Sherwood J.D. Breakup of fluid droplets in electric and magnetic fields // J. Fluid Mech. 1988. V. 188. P. 133–146.
61. Ширяева С.О., Григорьев А.И., Мухина Е.И. Устойчивость капли реальной жидкости в электростатическом поле // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 11. С. 44–48.
62. Григорьев А.И. Неустойчивость электропроводной капли в переменном электрическом поле // Изв. АН. СССР. МЖГ. 1989. № 1. С. 50–55.
63. Ширяева С.О., Григорьев А.И. Неустойчивость вязкой заряженной электропроводной капли в периодическом электрическом поле точечного заряда // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 11. С. 49–56.
64. Мухина Е.И., Григорьев А.И. Равновесные формы и критические условия электрогидродинамической неустойчивости пары капель в электрическом поле // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 2. С. 18–26.
65. Григорьев А.И., Лазаряну А.Э. Параметрическая неустойчивость капли проводящей жидкости по отношению к стохастически изменяющемуся со временем собственному электрическому заряду // Изв. АН. СССР. МЖГ. 1990. № 5. С. 52–56.
66. Шукин С.И., Григорьев А.И. Критическая равновесная сфероидальная деформация капли диэлектрической жидкости в однородном электростатическом поле // ЖТФ. 1999. Т. 69. Вып. 7. С. 23–28.
67. Grigor'ev A.I., Grigor'eva I.D., Shiryayeva S.O. Ball lightning and St.Elmo's fire as forms of thunderstorm activity // J. Sci. Expl. 1991. V. 5. № 2. P. 163–190.
68. Carson R.S., Hendrics C.D. Natural pulsations in electrical spraying of liquids // AIAA Journal. 1965. V. 3. № 6. P. 1072–1075.
69. Григорьев А.И., Ширяева С.О. Закономерности рэлеевского распада заряженной капли // ЖТФ. 1991. Т. 61. № 3. С. 19–28.
70. Торза С., Кокс Р., Мейсон С. // Сб.: Реология суспензий. М., 1975. С. 285–332.
71. Дячук В.А., Мучник В.М. Коронный разряд обводненной градины, как основной механизм инициирования молнии // ДАН СССР. 1979. Т. 248. № 1. С. 60–63.
72. Земсков А.А., Григорьев А.И., Ширяева С.О. Закономерности образования заряженных капель в генераторе с движущейся иглой // Электронная обработка материалов. 1993. № 2. С. 34–39.

Поступила 20.03.2000

Summary

The review of researched dedicated disintegration of a charged liquid drop on comparable pieces in different condition is carried out. On an example of instability of the solitary charged drop the quality reasoning which are accounting for this phenomena are systematized. The capability of propagation of these reasoning on more composite cases of a charged drop in external electrical field is rotined. The most actual directions of further researches are indicated.