

## ОДНОМЕРНЫЕ СТАЦИОНАРНЫЕ ЗАДАЧИ РАСЧЕТА ПРЕДПРОБОЙНЫХ ВОЛЬТ - АМПЕРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛАБОИОНИЗОВАННЫХ СРЕД

ИТЭС РАН

ул. Ижорская, 13/19, г. Москва, 127412, Россия

### Введение

Впервые экспериментально [1] отклонения от закона Ома для слабоионизованных сред в предпробойных постоянных по времени приложенных полях плоского конденсатора обнаружил Пуль.

Теоретически экспоненциальный рост проводимости рассматриваемых сред с ростом модуля напряженности электрического поля обосновал Френкель [2], используя уравнение типа Аррениуса для зависимости объемной скорости ионизации от температуры. Переход к зависимости проводимости от температуры осуществлялся в [2] постулированием близости объемных скоростей ионизации нейтралов и рекомбинации зарядов без учета нестационарных эффектов, влияния диффузии и скорости дрейфа заряженных частиц в сильных электрических полях на проводимость, а также течений рассматриваемых сред в таких полях на распределение свободных зарядов.

В [3] показано, что для применения формулы Френкеля при установлении как для изотермических, так и неизотермических режимов достаточно выполнения плазменного условия квазинейтральности исследуемых сред в слабых и предпробойных электрических полях.

При этом в случае изотермических режимов для плоского высоковольтного конденсатора френкелевская экспоненциальная вольт-амперная характеристика, подтверждаемая экспериментами, теоретически следует из закона сохранения заряда. В случае сферического конденсатора для определения установившегося распределения потенциала электрического поля в межэлектродном промежутке из этого закона получается гораздо более сложное обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка.

Из аналитического решения уравнения, полученного в [4], следует линейность вольт-амперной характеристики в слабых полях и ее квадратичность в предпробойных, что также согласуется с результатами экспериментов разных авторов.

Для цилиндрического высоковольтного конденсатора аналогичная задача сводится к неинтегрируемой аналитически проблеме. Поэтому разработан алгоритм численного интегрирования.

Результаты расчета установившихся и квазистационарных вольт-амперных характеристик по этому алгоритму подтвердили как линейность в слабых полях, так и квадратичное отклонение от закона Ома для случая цилиндрической симметрии в неоднородных предпробойных полях.

### Теоретическая модель

Представляемая модель разработана автором статьи не только для изотермических предпробойных режимов. Считаем, что объемные концентрации положительных и отрицательных зарядов, а также нейтральных и примесных молекул удовлетворяют соотношениям

$$n_{\pm} \ll n_a, \quad (1)$$

$$W_1 = W_1(n_a, n_p, T, |E|) = W_1(n_a, n_p, T, 0) f(|E|). \quad (2)$$

Первое из соотношений является необходимым условием слабой ионизации исследуемых сред. Из второго соотношения учтено наблюдаемое в экспериментах влияние примесей на их низковольтную проводимость. Рассматриваем только двухчастичную рекомбинацию зарядов, коэффициент которой удовлетворяет соотношению

$$\begin{cases} W_r = K_r n_+ n_-; \\ K_r = \frac{(b_+ + b_-)|e|}{\varepsilon \varepsilon_0}. \end{cases} \quad (3)$$

Соотношение для  $K_r$  получено Ланжевром в 1903 году, а для коэффициента диффузии используем более известное соотношение Нернста–Эйнштейна:

$$D_{\pm} = k_B T b_{\pm} / |e|. \quad (4)$$

Для анализа влияния предпробойной напряженности на объемную скорость ионизации используем соотношение, полученное Френкелем в [1]:

$$f(\vec{E}) = \exp\left(\beta |\vec{E}|^{1/2}\right); \quad \beta = \frac{|e|^{3/2}}{\sqrt{\pi \varepsilon \varepsilon_0} k_B T}. \quad (5)$$

Система макроскопических уравнений предпробойного зарядообразования в рассматриваемых средах с учетом диффузии и гидродинамического переноса объемного заряда вязким потоком, в том числе и течениями в сильных электрических полях такова:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + (\vec{V}, \nabla q) - \frac{k_B T b}{|e|} \Delta q + (\vec{E}, \nabla \sigma) = -\frac{q \sigma}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad \Delta \phi = -\frac{q}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + (\vec{V}, \nabla \sigma) + b^2 (\vec{E}, \nabla q) - \frac{k_B T b}{|e|} \Delta \sigma - \frac{\sigma_0^2}{\varepsilon \varepsilon_0} \exp\left(\beta |\vec{E}|^{1/2}\right) + \frac{\sigma^2}{\varepsilon \varepsilon_0} = 0. \quad (7)$$

$$\operatorname{div} \vec{V} = 0 \quad (8)$$

$$\vec{\chi} = \operatorname{rot} V \quad (9)$$

$$\rho \frac{d\vec{\chi}}{dt} - \rho (\vec{\chi}, \nabla) \vec{V} - \rho \nu \Delta \vec{\chi} = [\nabla q, \vec{E}]. \quad (10)$$

Уравнение неразрывности для нейтральной компоненты верно в приближении несжимаемости среды, поэтому здесь рассматриваются только течения в электрическом поле с дозвуковыми скоростями при изотермических режимах ввиду слабого Джоулева нагрева. Выделение теплоты, обусловленное вязкостью, поляризацией, ионизационными реакциями, также предполагается слабым. Начальные условия в случае неподвижной до наложения сильного электрического поля среды выглядят следующим образом:

$$q(t=0) = V(t=0) = 0; \quad \sigma(t=0) = \sigma_0. \quad (11)$$

Граничные условия зависят от характера ионизационных реакций и гидродинамики у поверхности высоковольтных электродов, а также у свободных границ рассматриваемых сред.

Аналитическое решение этих уравнений для пространственного распределения потенциала высоковольтной сферы можно получить только при его установлении и пренебрежении влиянием дрейфа ионов или электронов в электрическом поле и их диффузии на проводимость, а также влиянием гидродинамического переноса на пространственное распределение плотности образующегося объемного заряда. Соответствующие условия пренебрежения этими процессами выведены в [4]. А в [5] математически показано, что такое пренебрежение возможно только вне погранслоев у поверхности высоковольтного электрода и свободных границ. Такие слои можно считать аналогами ленгмюровских погранслоев нарушения квазинейтральности в случае справедливости выписанных выше формул Ланжевена и Нернста–Эйнштейна. Слои Ленгмюра описаны, например, в [6] для дуговой, полностью ионизованной плазмы в случае, когда отрицательно заряженная компонента – электроны. В предлагаемой теоретической работе, как и в работах [3, 4], такая компонента может быть и ионной, а среда является только частично ионизованной. При этом для вывода выписываемых выше уравнений существенным является учет взаимодействия нейтральных частиц с заряженными. Наличие погранслоев, типа ленгмюровских, математически обосновано в [5] из выписываемых уравнений при малых параметрах в их левых частях у членов со старшими пространственными производными. Установление электрогидродинамических характеристик в рассматриваемых слабопроводящих средах при наложении сильных, постоянных по времени электрических полей происходит достаточно быстро, что теоретически показано, например, в [7].

При упрощениях, сводящихся к случаю квазинейтральных сред, установившееся решение для потенциала высоковольтной сферы вне указанных погранслоев получено в [4]. Оно выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \phi(r) &= \left( \frac{I}{4\pi\sigma_0} \right)^{1/2} \left[ \frac{8}{\beta} - \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\tau\sigma_0}} \left( |\vec{E}|^{1/2} + \frac{8}{\beta} \right) \right] \cdot \text{sign}(\phi(r_0)), \\ |\vec{E}| \exp\left(\frac{\beta}{2} |\vec{E}|^{1/2}\right) &= \frac{I}{4\pi\sigma_0 r^2}; \quad |\phi(r_0)| = U. \end{aligned} \quad (12)$$

В слабых полях получается традиционный линейный закон Ома, а в предпробойных – квадратичная вольт-амперная характеристика. Такое решение можно получить при тех же условиях и из более сложной системы уравнений, выписанной из предыдущих работ автора настоящей статьи для случаев, когда подвижности положительных и отрицательных зарядов отличаются по величине друг от друга. График зависимости потенциала высоковольтной сферы от радиальной сферической координаты представлен на рис. 1, что свидетельствует об усилении отклонения поля от лапласовского с ростом приложенного напряжения. Для высоковольтного цилиндрического конденсатора аналогичная задача аналитически не решается, поэтому следует разрабатывать численный алгоритм, который будет описан далее. Формула распределения напряженности поля в межэлектродном промежутке цилиндрического конденсатора близка к аналогичной для сферического. В случаях более сложной геометрии поверхностей высоковольтных электродов типа иглы, лезвия и других тонких электродов следует решать неоднородные задачи расчета предпробойных вольт-амперных характеристик даже без учета влияния на них течений рассматриваемых сред в сильном неоднородном электрическом поле. Расчет скоростей самих течений с учетом вязкости, как показано в [4], сводится к решению неоднородных задач даже в случаях простейшей геометрии высоковольтных электродов.

Формула плоского конденсатора для установившейся или квазистационарной вольт-амперной характеристики получается из законов Ома и сохранения заряда:

$$\sigma_0 \frac{U}{d} \exp\left[\frac{\beta}{2} \left(\frac{U}{d}\right)^{1/2}\right] = \frac{I}{S}. \quad (13)$$

Из трансцендентной монотонной зависимости от напряжения следует, что наблюдаемый при многочисленных экспериментах экспоненциальный рост тока с ростом предпробойного напряжения для рассматриваемых слабоионизованных сред, помещенных в межэлектродный промежуток плоского высоковольтного конденсатора, может быть обоснован аналитически. Кроме того, аналитический результат подтверждает описанное в [4] образование объемного заряда в неоднородных полях в начальные моменты времени, из которого тоже следует сохранение Лапласа поля плоского конденсатора вне ленгмюровских погранслоев в условиях квазинейтральности. Дополнительным подтверждением квадратичного роста предпробойного тока с ростом приложенного напряжения в сильных неоднородных внешних полях цилиндрического конденсатора является проведенный при выполнении настоящей работы численный расчет соответствующей вольт-амперной характеристики. Отметим, что Таунсенд [8] получил аналитически квадратичный участок для униполярно заряженных сред в случае цилиндрического высоковольтного конденсатора. Но переходного участка от линейного омического к предпробойному квадратичному не получено. Алгоритм для получения численного решения, описывающего в случае цилиндрической симметрии оба участка, в условиях квазинейтральности разрабатывался по методу получения аналитического решения (13) для сферического конденсатора. А именно, френкелевская экспонента из аналитического выражения для напряженности поля, аналогичного для случаев плоского и сферического конденсаторов, вносилась под знак интеграла напряженности одномерного электрического поля. Но при интегрировании с переходом от переменной  $r$  к  $E$  в отличие от случая сферической симметрии подинтегральное выражение сводится к одному из типов функций, аналитически неинтегрируемых. Такого типа квадратуры, как правило, затабулированы, однако в конкретном случае для сопоставления с результатами экспериментов более целесообразно разработать достаточно простой алгоритм численного интегрирования. Интегрирование осуществлялось методами деления отрезка пополам и трапеций. Расчеты проводились при внутреннем радиусе высоковольтного цилиндрического конденсатора, равном 1,2 мм, и внешнем радиусе, равном 2 мм. Диэлектрическая проницаемость среды выбиралась также близкой к условиям

многочисленных экспериментов со слабопроводящими, а следовательно, и слабополярными средами. В расчетах принималась равной 2,24, что соответствует одной из справочных данных для проницаемостей трансформаторных масел. Для такой же среды при расчетах выбиралась и низковольтная проводимость, легко определяемая из омического участка графика рис. 2. При расчетах по аналитическому решению для случая высоковольтного сферического конденсатора, результаты которых представлены на графиках рис. 1, значения низковольтной электропроводности и диэлектрической проницаемости выбирались такими же, как и для численных расчетов в случае цилиндрического. Температура среды при проведении расчетов выбиралась комнатной, а длина цилиндрического конденсатора равной 5 см. Значения постоянной Больцмана и заряда протона брались из справочников. Кривая графика рис. 2, построенного по результатам проведенных в случае высоковольтного цилиндрического конденсатора численных расчетов, топологически близка к кривой графика вольт-амперной характеристики, получаемой из аналитического решения в случае сферического конденсатора или уединенной высоковольтной сферы. Обе зависимости описывают не только таунсендовский предпробойный квадратичный участок, но и переходный при понижении напряжения к омическому линейному. В случае высоковольтного цилиндрического конденсатора квадратичность предпробойного участка графика рис. 2 подтверждена компьютерной аппроксимацией этого участка, представленной монитором.

В заключении статьи автор считает своим долгом поблагодарить соавторов предыдущих работ Е.М. Апфельбаума и Б.А. Шутова за помощь при проведении численных расчетов в случае высоковольтного цилиндрического конденсатора.

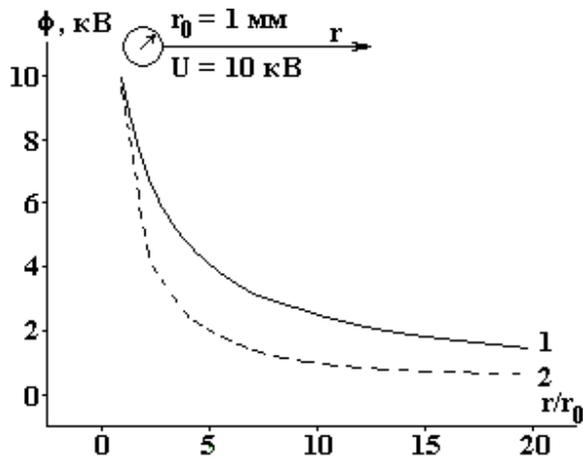


Рис. 1. Пространственное распределение электрического потенциала высоковольтной сферы в трансформаторном масле – кривая 1. Кривая 2 – лапласовское распределение потенциала такой же сферы с тем же приложенным напряжением, но при отсутствии объемных зарядов

#### Обозначения

$\sigma_0$  – низковольтная проводимость среды;  $U$  – приложенное электрическое напряжение;  $d$  – межэлектродное расстояние;  $e$  – заряд протона;  $k_B$  – постоянная Больцмана;  $D$  – коэффициент диффузии;  $b$  – коэффициент подвижности;  $q$  – объемная плотность заряда;  $V$  – скорость среды;  $n$  – концентрация;  $E$  – напряженность электрического поля;  $S$  – площадь поверхности;  $r$  – радиальная координата;  $t$  – время;  $\chi$  – завихренность;  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость;  $I$  – сила тока;  $T$  – абсолютная температура;  $f$  – функция скалярного или векторного аргумента;  $W$  – объемная скорость образования зарядов или нейтралов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Poole H.H. On the dielectric constant and electric conductivity of mica in intense fields // Philosophical Magazine. 1916. S. 6. V. 2. № 187. P. 112–129.
2. Френкель Я.И. К теории электрического пробоя в диэлектриках и электронных полупроводниках // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1938. Т. 8. Вып. 12. С. 1291–1301.

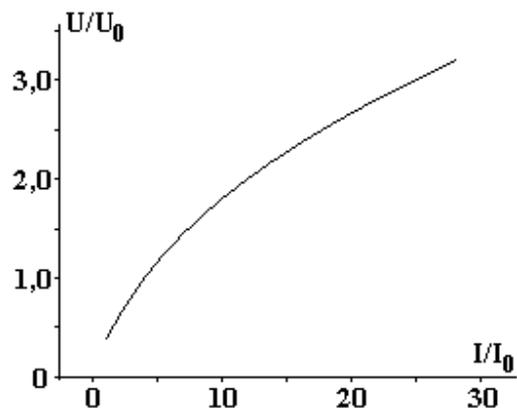


Рис. 2. Результаты численных расчетов предпробойных вольт-амперных характеристик цилиндрического конденсатора в трансформаторном масле.  $U_0 = 1$  кВ,  $I_0 = 0,2$  мкА. Пояснения в тексте

3. *Анфельбаум М.С.* Уравнения равновесной ионизации продуктов горения в электрическом поле // *Физика горения и взрыва*. 1988. № 2. С. 60–65.
4. *Анфельбаум М.С.* Об одной расчетной схеме электрогидродинамических течений // *Электрохимия*. 1986. Вып.11. С.1463–1471.
5. *Анфельбаум М.С.* Объемный заряд в слабопроводящем жидком диэлектрике со сферическими, плоскими и цилиндрическими электродами // *Коллоидный журнал*. 1986. Вып. 6. С. 1110–1118.
6. *Tonks L., Langmuir I.* A general theory of the plasma of an arc // *Physical Review*. 1929. V. 34. P.876–922.
7. *Анфельбаум М.С., Анфельбаум Е.М.* О влиянии электрического поля и температуры на нестационарную эволюцию проводимости слабоионизованных, квазинейтральных сред // *Физика плазмы*. 1998. Т. 24. С. 850–856.
8. *Райзер Ю.Б.* *Физика газового разряда*. М., 1992.

*Поступила 27.09.04*

### Summary

The theoretical model of electrohydrodynamic prebreakdown phenomena in the weakly ionized media is proposed. Differential equations and initial conditions for describing these problems are written. The 1D analytical and numerical solutions of these equations for calculations current-voltage characteristics are given. The calculation results are in agreement with experiments for high-voltage plane, cylindrical and spherical capacitors.

---

Л.Ю. Демиденко, Н.А. Онацкая

## О ВЛИЯНИИ СКОРОСТИ ДЕФОРМАЦИИ НА МАССОПЕРЕНОС ПРИ ЭЛЕКТРОГИДРОИМПУЛЬСНОЙ ОБРАБОТКЕ СВАРНЫХ СОЕДИНЕНИЙ

*Институт импульсных процессов и технологий НАН Украины,  
пр. Октябрьский, 43-а, г. Николаев, 54018, Украина*

В последнее время все большее распространение в промышленности получают технологии, включающие высокоэнергетические импульсные воздействия. К их числу относятся такие широко применяемые в промышленной практике способы, как лазерная и взрывная, ультразвуковая ударная и электрогидроимпульсная (ЭГИО) обработки.

ЭГИО металлоконструкций благодаря большим энергетическим возможностям, простоте и экономичности электрогидроимпульсного нагружения является одним из эффективных методов снижения остаточных напряжений [1]. Импульсное воздействие, формируемое электрическим разрядом в воде, позволяет снижать пики остаточных напряжений и осуществлять их перераспределение как в макро-, так и микрообъемах. ЭГИО интенсифицирует процессы, способствующие релаксации напряжений.

Влияние релаксационных процессов на диффузию изучается давно. В этой связи представляет интерес явление массопереноса при ЭГИО напряженного металла сварных соединений, поскольку предварительный анализ показал, что вопрос о подвижности атомов в условиях электрогидроимпульсного воздействия не нашел должного отражения в литературе.

Известно, что для импульсного нагружения металлов характерно повышение диффузионной подвижности атомов, то есть ускорение массопереноса [2]. При этом явление, как отмечено в работе [3], носит общий характер и не зависит от способа обработки металла, а определяющим фактором в протекании процессов массопереноса при импульсной обработке является скорость деформации. В зависимо-