

---

# ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА БИОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ И ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТОВ

---

Н.И. Лебовка, М.П. Купчик\*, М.В. Шынкарык\*\*

## СЕТОЧНАЯ МОДЕЛЬ ОМИЧЕСКОГО НАГРЕВА СОКОСТРУЖЕЧНОЙ СМЕСИ

*Институт биокolloидной химии им. Ф.Д. Овчаренко НАН Украины,  
пр. Вернадского, 42, Киев – 142, 03142, Украина*

*\*Украинский государственный университет пищевых технологий,  
ул. Владимирская, 68, Киев – 33, 01033, Украина*

*\*\*Тернопольский государственный технический университет,  
им. И. Пулюя, ул. Русская, 52, Тернополь, 46000, Украина*

### Введение

Омический нагрев используется для электрообработки пищевых продуктов и влагонасыщенных биологических сред и находит широкое применение при стерилизации, желатировании, плазмоллизе и сушке пищевого сырья [1 – 5]. В случае использования данного метода тело одновременно нагревается во всем объеме, и это помогает избегать неоднородностей нагрева, которые всегда наблюдаются при использовании традиционных методов теплового нагрева. Метод омического нагрева используется для нагревания жидких и твердых пищевых продуктов, а также дисперсий. Скорость омического нагревания может быть довольно большой, а нагревательная ячейка может иметь различные размеры и принимать разные формы. Использование омического нагрева позволяет интенсифицировать процессы диффузного массопереноса в пищевых материалах и достичь более высокой степени извлечения полезных компонентов из сырья [6, 7]. Коэффициент усиления диффузии при омическом нагреве зависит от электропроводности пищевого сырья [8, 9] и является линейной функцией от приложенного напряжения и площади поперечного сечения частичек [10], а также существенно зависит от частоты и формы приложенного напряжения.

Некоторое ограничение сферы применений омического нагрева связано с довольно большими энергетическими затратами, нежелательными эффектами электролиза среды и наличием разности скоростей нагрева твердых частичек и жидкости внутри среды [11]. Поле распределения температур  $T$  в нагреваемом объекте можно найти из уравнения

$$\frac{\partial pCT}{\partial t} = \nabla \lambda (\nabla T) + Q, \quad (1)$$

где  $\rho$ ,  $C$ , и  $\lambda$  плотность, теплоемкость и теплопроводность материала, а  $Q$  скорость генерации тепловой энергии в единице объема:

$$Q(r) = \sigma(r) |\nabla u(r)|^2 = \sigma(r) E^2(r) \quad (2)$$

Здесь  $\sigma(r)$  электропроводность среды, которая зависит от пространственной координаты  $r$ ,  $E(r)$  напряженность поля, а  $u(r)$  потенциал, который можно найти из уравнения

$$\nabla(\sigma \nabla u) = 0. \quad (3)$$

При омическом нагреве неоднородных суспензий пищевого сырья выравнивание температуры может занимать довольно большое время, и поэтому локальный нагрев частичек и жидкости могут также сильно отличаться [1, 2, 12].

Уравнение Лапласа (3) имеет аналитическое решение только для некоторых простых случаев. Для случая изолированной частички сферической формы в однородном внешнем поле отношение скоростей нагрева твердого тела  $Q_S$  и внешней жидкости  $Q_L$  определяется отношением соответствующих электропроводимостей  $\sigma_S/\sigma_L$  [13]:

$$\frac{Q_S}{Q_L} = \frac{9\sigma_S/\sigma_L}{4(1+\sigma_S/2\sigma_L)^2} \underset{\sigma_S/\sigma_L \ll 1}{\approx} \frac{9\sigma_S}{4\sigma_L} \ll 1, \quad (4)$$

и при  $\sigma_S/\sigma_L \ll 1$  энергия преимущественно выделяется в более электропроводной внешней жидкости.

Определение распределения температурных полей в материалах со сложной формой частичек является важным с практической точки зрения, но, к сожалению, эта задача требует более сложных расчетов. В работах [1, 2] используется метод конечных элементов для расчета температурных полей в материалах с анизотропной формой частичек для двумерных систем. В частности показано, что при нагревании удлиненных частичек пищевых продуктов в воде скорость нагревания частичек может превышать скорость нагревания воды при ориентации длинной оси частички перпендикулярно полю или быть ниже скорости нагревания воды при ориентации частички вдоль поля. Однако, к сожалению, эти модели применимы только для одиночных частичек и не дают возможности рассчитывать омический нагрев сложных гетерогенных систем, например, сокостружечных смесей с конечной объемной долей частичек в системе.

В данной работе изучены особенности омического нагревания пищевых материалов для упрощенной двумерной сеточной модели сокостружечной смеси. Проведен расчет зависимостей локальных скоростей нагрева частичек стружки анизотропной формы  $Q_S$  и жидкости  $Q_L$  от объемной доли твердой фазы  $\phi$  при разных значениях электропроводимости  $\sigma_S/\sigma_L$  и фактора анизотропии формы частичек  $f$ .

#### Модель

Гетерогенную структуру сокостружечной смеси моделируем с помощью сеточной модели на двумерной квадратной решетке размером  $N^2$ , где  $N = 100$ . Для частичек стружки изотропной формы в каждом узле располагали элемент, который моделирует электрофизические свойства твердой частички стружки или жидкой фазы (рис. 1).

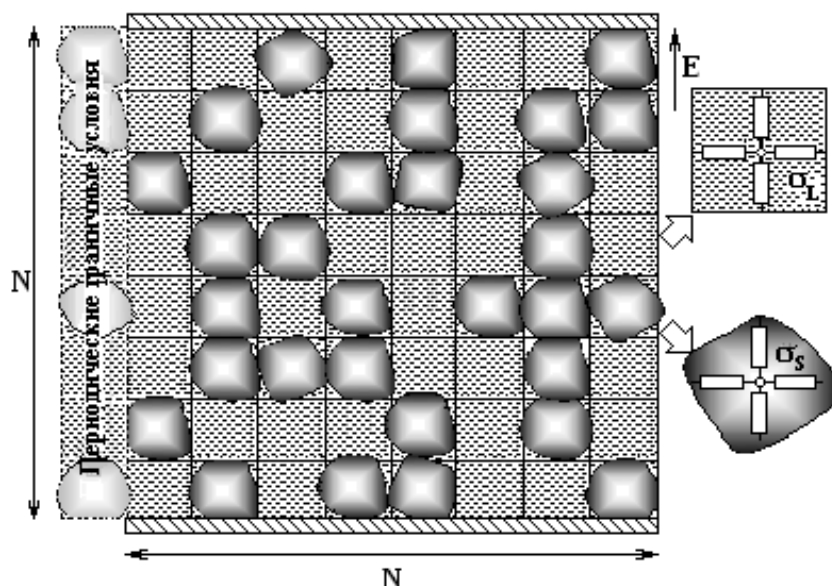


Рис.1. Электрофизическая модель гетерогенной структуры сокостружечной смеси. В поперечном к приложенному полю направлении применялись периодические граничные условия

В данной работе использовалась простейшая схема, состоящая из четырех сопротивлений, связанных с центральным узлом. Эффективные электропроводности элементов соответствовали электропроводностям твердой частички  $\sigma_S$  и жидкости  $\sigma_L$ . Внешние границы присоединены к электродам, между которыми приложенное напряжение  $U$ , эффективная напряженность поля вычислялась как  $E = U/Nd$ , где величина  $d$  – средний линейный размер (диаметр) одной частички. Для

частичек анизотропной формы рассматривались линии последовательно соединенных узлов и определялся коэффициент анизотропии формы

$$f = L_1 / L_s > 1, \quad (5)$$

где  $L_1$  и  $L_s$ , соответствующие размеры длинной и короткой осей анизотропной частички. В данной работе всегда принималось, что длина короткой оси соответствовала размеру одной ячейки  $L_s = d$ , и поэтому величина  $f$  соответствовала длине частички, измеряемой в величинах, равных размеру ячейки  $d$ .

Исследования проводились для трех моделей пространственного расположения частичек в системе (рис.2): перпендикулярно приложенному полю (модель *a*), параллельно приложенному полю (модель *b*) и случайной ориентации (модель *в*). Перед началом моделирования частички располагались случайным образом в узлах квадратной решетки для заданной объемной доли твердой фазы в сокостружечной смеси  $\phi$ . В процедуре моделирования с помощью метода релаксации находились решения уравнения Кирхгофа (3) и вычислялись потенциалы во всех узлах решетки. Условием остановки процедуры релаксации принимали относительную погрешность вычисления потенциалов меньшую чем  $10^{-5}$ . Потом вычислялось распределение потенциалов  $\Delta u_i$  и напряженностей поля  $E_i$  для элементов, которые отвечали твердым частичкам и жидкой фазе.

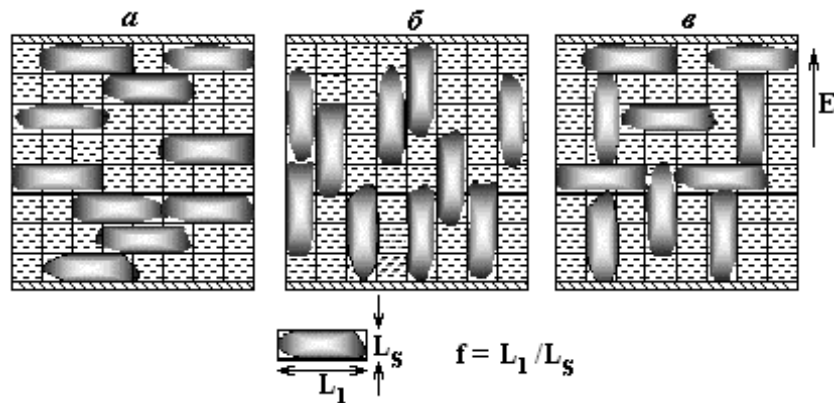


Рис.2. Три модели пространственного расположения частичек анизотропной формы

Определяя приведенную удельную скорость генерации тепловой энергии как  $q = Q/E^2$ , для средней скорости генерации тепла по объему смеси из формулы (2) имеем  $q_m = \sigma_m$ , где средняя проводимость системы  $\sigma_m$  высчитывалась с помощью модифицированного алгоритма Франка–Лобба [14], а также оценивалась с помощью формулы

$$q_m = \sigma_m = \frac{1}{N_{tot}} \sum_{i=1}^{N_{tot}} \sigma_i E_i^2, \quad (6)$$

где  $N_{tot} = NxN$  – общее число элементов в системе,  $\sigma_i = \sigma_s, \sigma_L$ , локальные электропроводности,  $E_i$  – локальная напряженность поля на  $i$ -м элементе.

Приведенные удельные скорости генерации тепловой энергии для подсистем стружка ( $q_s$ ) и жидкость ( $q_L$ ) исчислялись по формулам

$$q_{S(L)} = \frac{1}{N_{S(L)}} \sum_{S(L)=1}^{N_{S(L)}} \sigma_{S(L)} E_{S(L)}^2, \quad (7)$$

где  $N_S = N_{tot}\phi$ ,  $N_L = N_{tot}(1 - \phi)$ .

### Результаты и их обсуждение

На рис. 3 приведены рассчитанные зависимости отношения средней проводимости системы  $\sigma_m$  к проводимости жидкости  $\sigma_L$  от объемной доли твердой фазы в сокостружечной смеси  $\phi$  при разных значениях  $\sigma_s/\sigma_L$ .

Для частичек изотропной формы наблюдаются довольно типичные зависимости  $\sigma_m/\sigma_L$  от объемной доли твердого компонента  $\varphi$ . При низких значениях  $\sigma_s/\sigma_L$  проявляется перколяционное поведение и точка  $\varphi = \varphi_p = 0,5927$  соответствует точке перколяционного перехода для задачи узлов [15]. Отметим, что уменьшение величины  $\sigma_m/\sigma_L$  соответствует уменьшению средней приведенной удельной скорости генерации тепловой энергии  $q = Q/E^2$  в объеме смеси. Для частичек анизотропной формы характер зависимостей  $\sigma_m/\sigma_L$  от  $\varphi$  определяется характером ориентационного упорядочения частиц в системе. В случае, когда частицы упорядочены перпендикулярно направлению поля (модель *a*, см. рис.2), наблюдается самое резкое уменьшение  $\sigma_m/\sigma_L$  при увеличении  $\varphi$ . Интересно заметить, что для модели *b* (рис.2) наблюдается более резкое падение  $\sigma_m/\sigma_L$  при увеличении  $\varphi$ , чем для изотропных частиц. В случае, когда частицы направлены вдоль поля (модель *b̄*, см. рис.2), величина  $\sigma_m/\sigma_L$  при увеличении  $\varphi$  уменьшается менее резко, чем в случае изотропных частиц. Таким образом, более сильное нагревание гетерогенной системы с анизотропной формой частиц наблюдается при их упорядочении вдоль направления поля.

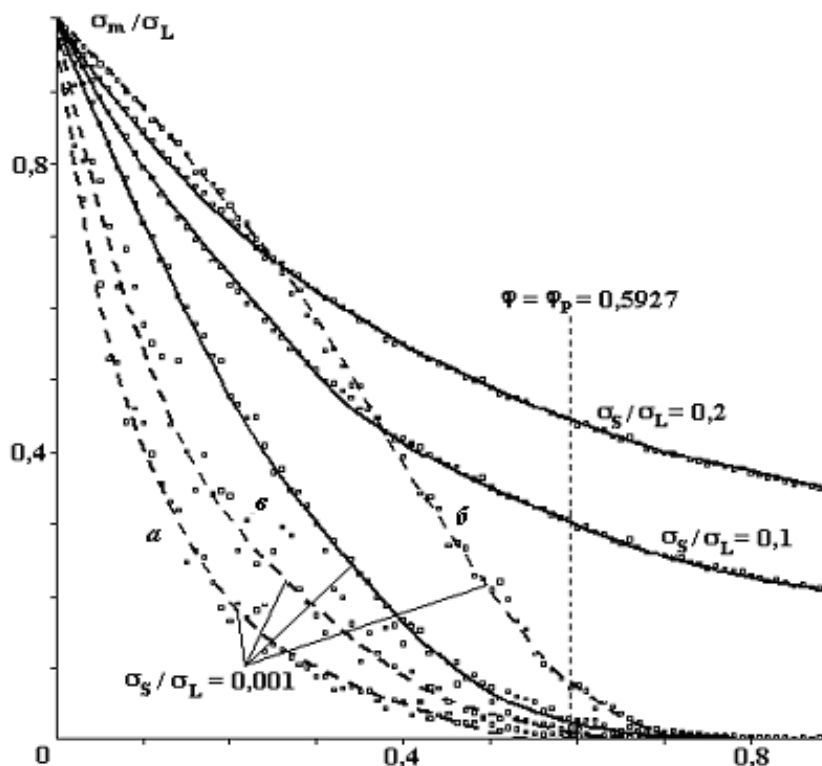


Рис.3. Зависимости отношения средней проводимости системы  $\sigma_m$  к проводимости жидкости  $\sigma_L$  от объемной доли твердой фазы в сокостружечной смеси  $\varphi$  при разных значениях  $\sigma_s/\sigma_L$  для частичек изотропной формы (сплошные линии) и анизотропной формы при  $f = 11$  (пунктир). Здесь точка  $\varphi = \varphi_p = 0,5927$  соответствует точке случайной перколяции для задачи узлов [15], буквы *a*, *b* и *b̄* указывают тип ориентационного упорядочения частичек в соответствии с рис. 2

Типичные функции распределения локальных электрических напряженностей на элементах, соответствующих твердым частичкам ( $E_S$ ) и жидкой фазе ( $E_L$ ) при разных значениях объемной доли твердой фазы в сокостружечной смеси  $\varphi$  для системы с изотропной формой частичек, представлены на рис. 4.

При маленьких и больших значениях  $\varphi$  ( $\varphi < 0,2$ ;  $\varphi > 0,8$ ) функции распределения являются довольно узкими, что отвечает наличию однородных полей в системе. На твердых частичках с более низкой электропроводностью локальные напряженности поля  $E_S$  всегда превышают локальные напряженности в жидкой фазе  $E_L$ . Кроме того, на твердых частичках локальные поля являются более неоднородными, и при высоких значениях  $\varphi > 0,5$  максимальные значения поля могут достигать  $E_S \approx 3E$ .

На рис. 5 представлены типичные зависимости приведенных удельных скоростей нагревания подсистем жидкость ( $q_L$ ) и стружка ( $q_S$ ), а также средней удельной скорости ( $q_m = \sigma_m/\sigma_L$ ) от объемной доли твердой фазы  $\varphi$  в сокостружечной смеси с изотропной формой частичек при разных значениях

$\sigma_s/\sigma_L$ . Интересной особенностью этих зависимостей является наличие точки тепловой инверсии при определенном значении  $\varphi = \varphi_i$ , которое зависит от соотношения проводимостей  $\sigma_s/\sigma_L$ . При концентрациях твердой фазы в сокостружечной смеси  $\varphi < \varphi_i$  скорость нагревания жидкой фазы превышает скорость нагревания твердых частичек. Однако при  $\varphi > \varphi_i$  скорость нагревания твердых частичек с низкой электропроводностью начинает превышать скорость нагревания более проводящего компонента в системе. Возможность такого эффекта отмечена ранее в работе [16], где указано, что удельные скорости нагревания твердой и жидкой подсистем могут зависеть от отношения проводимостей фаз и значения  $\varphi$ , точка  $\varphi = \varphi_i$  названа точкой тепловой инверсии.

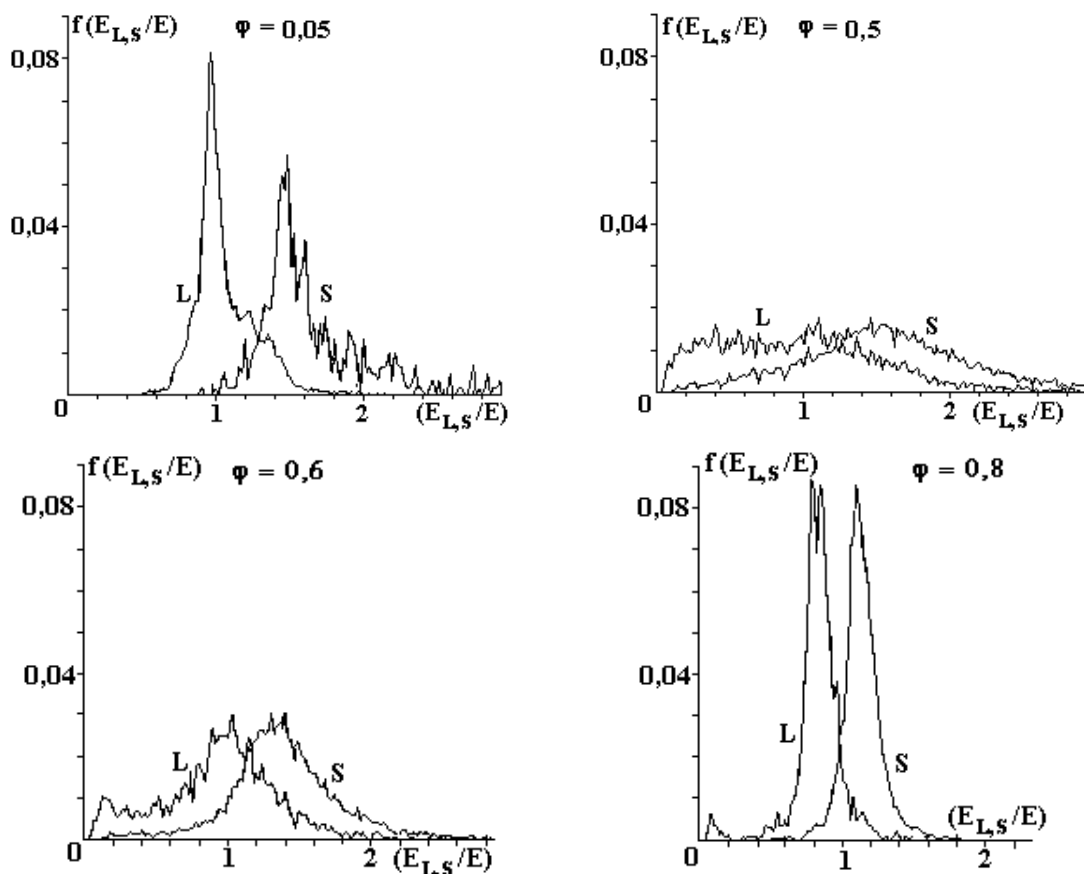


Рис. 4. Функции распределения локальных напряженностей на элементах, которые соответствуют твердым частичкам ( $E_S$ ) и жидкой фазе ( $E_L$ ) для электрофизической модели гетерогенной структуры сокостружечной смеси с изотропной формой частичек при разных значениях объемной доли твердой фазы в сокостружечной смеси  $\varphi$ . Здесь  $E$  – средняя напряженность поля в системе. Расчеты проведены для  $\sigma_s/\sigma_L = 100$

Типичные зависимости приведенных удельных скоростей нагревания подсистем жидкость ( $q_L$ ) и стружка ( $q_S$ ) от объемной доли твердой фазы  $\varphi$  в сокостружечной смеси с анизотропной формой частичек для различных моделей их ориентационного расположения (см. рис. 2) в частном случае  $\sigma_s/\sigma_L = 0,1$  приведены на рис. 6. Для сравнения на этих же рисунках представлены данные для изотропной формы стружки (случай 1). Для модели *a* (частицы сориентированы перпендикулярно внешнему электрическому полю) при увеличении коэффициента анизотропии формы скорость тепловыделения падает в жидкой фазе и растет на стружке, при этом скорость тепловыделения на стружке выше (при данном значении  $\sigma_s/\sigma_L = 0,1$ ). Прямо противоположное поведение наблюдается для модели *b* (частицы сориентированы параллельно внешнему электрическому полю). В этом случае скорость тепловыделения в жидкой фазе растет, а на стружке падает при увеличении коэффициента анизотропии формы частиц. Результаты, полученные для моделей *a* и *b*, качественно согласуются с данными работ [1, 2] о зависимости скорости нагревания одиночных частиц от их ориентации в электрическом поле. Для смешанной модели *в* наблюдается поведение, подобное поведению для модели *a*, но эффекты, связанные с увеличением степени анизотропии, здесь менее сильно выражены.

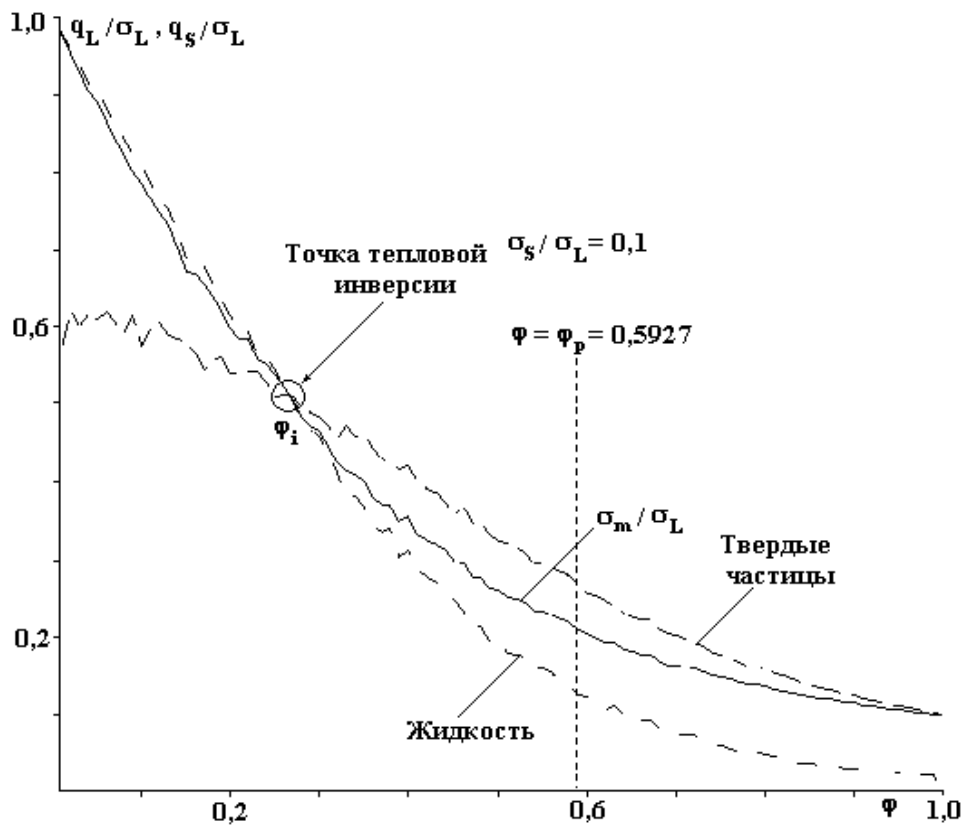
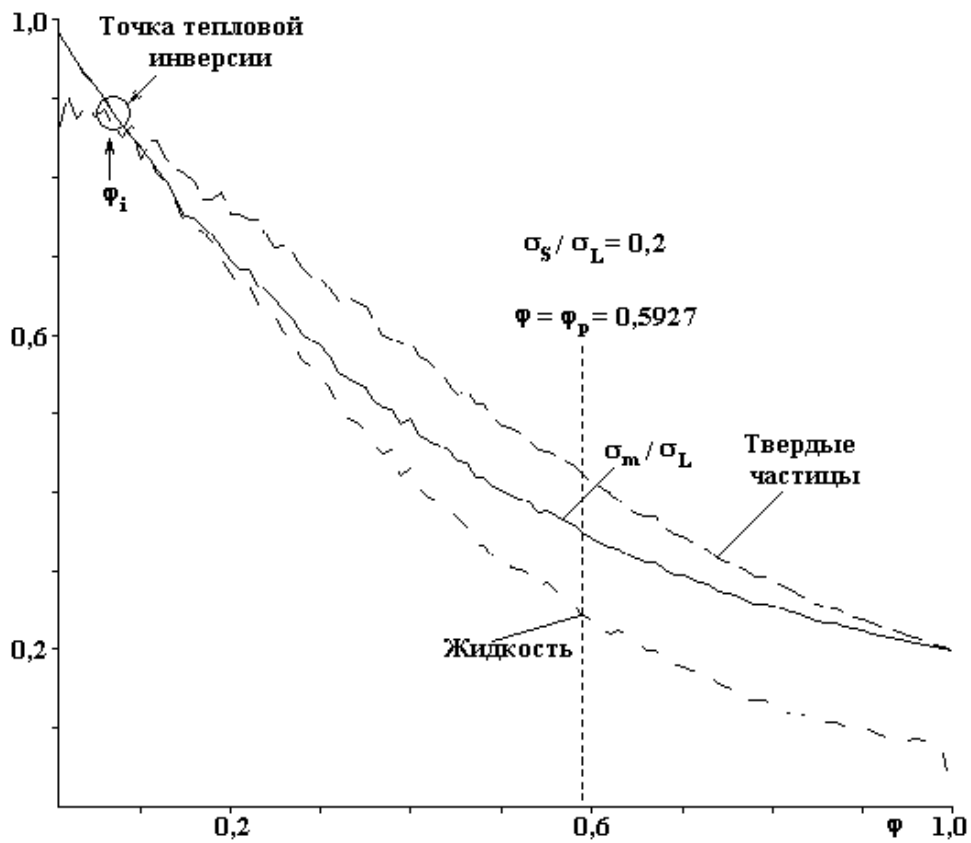
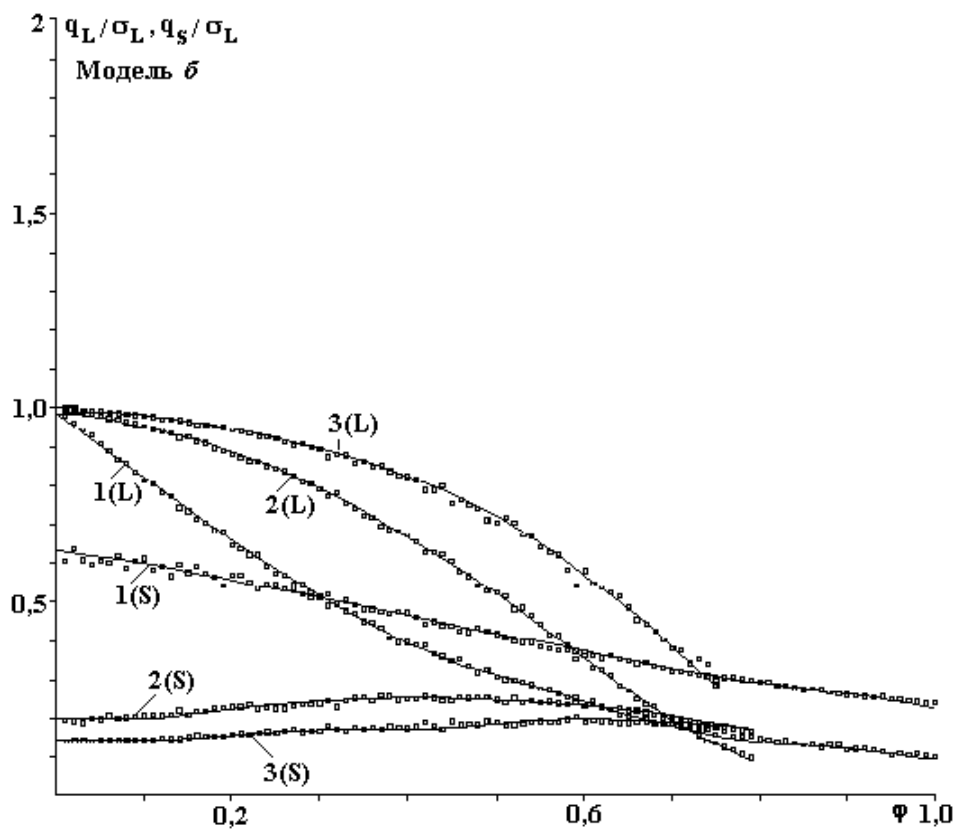
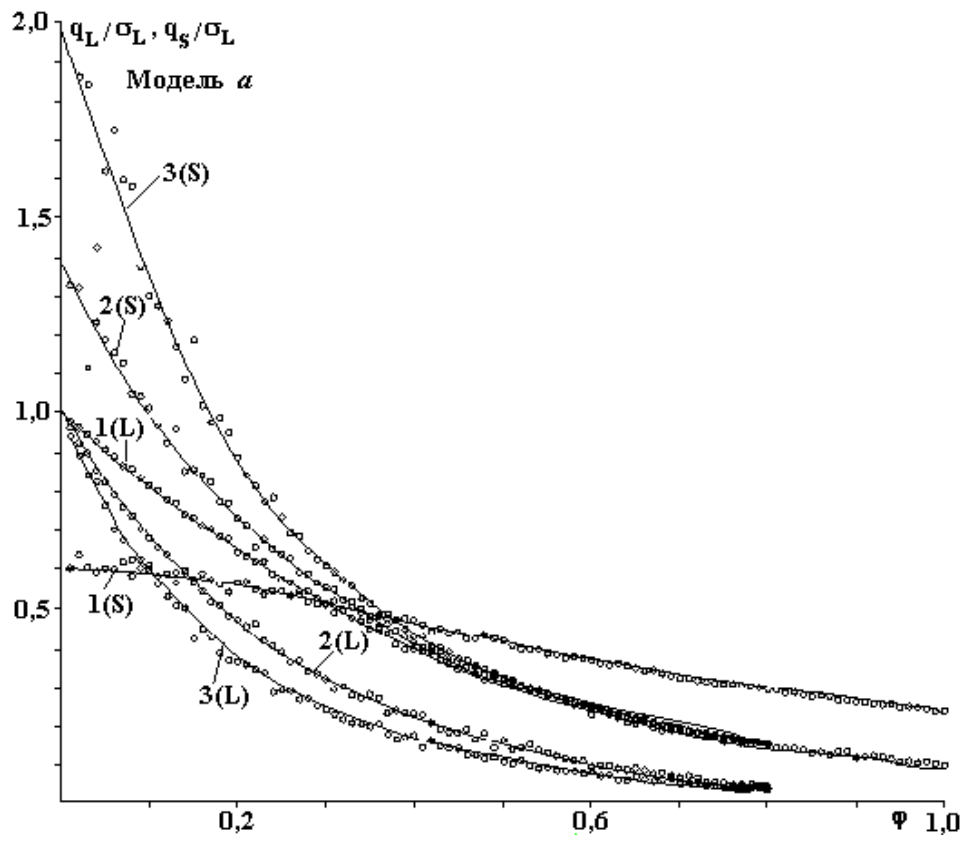


Рис. 5. Типичные зависимости приведенных удельных скоростей нагрева подсистем жидкость ( $q_L$ ), стружка ( $q_s$ ), и средней удельной скорости нагрева ( $q_m = \sigma_m / \sigma_L$ ) от объемной доли твердой фазы в сокостружечной смеси  $\varphi$  с изотропной формой частичек при разных значениях  $\sigma_s / \sigma_L$ . Здесь точка  $\varphi = \varphi_p = 0,5927$  отвечает точке случайной перколяции для задачи узлов



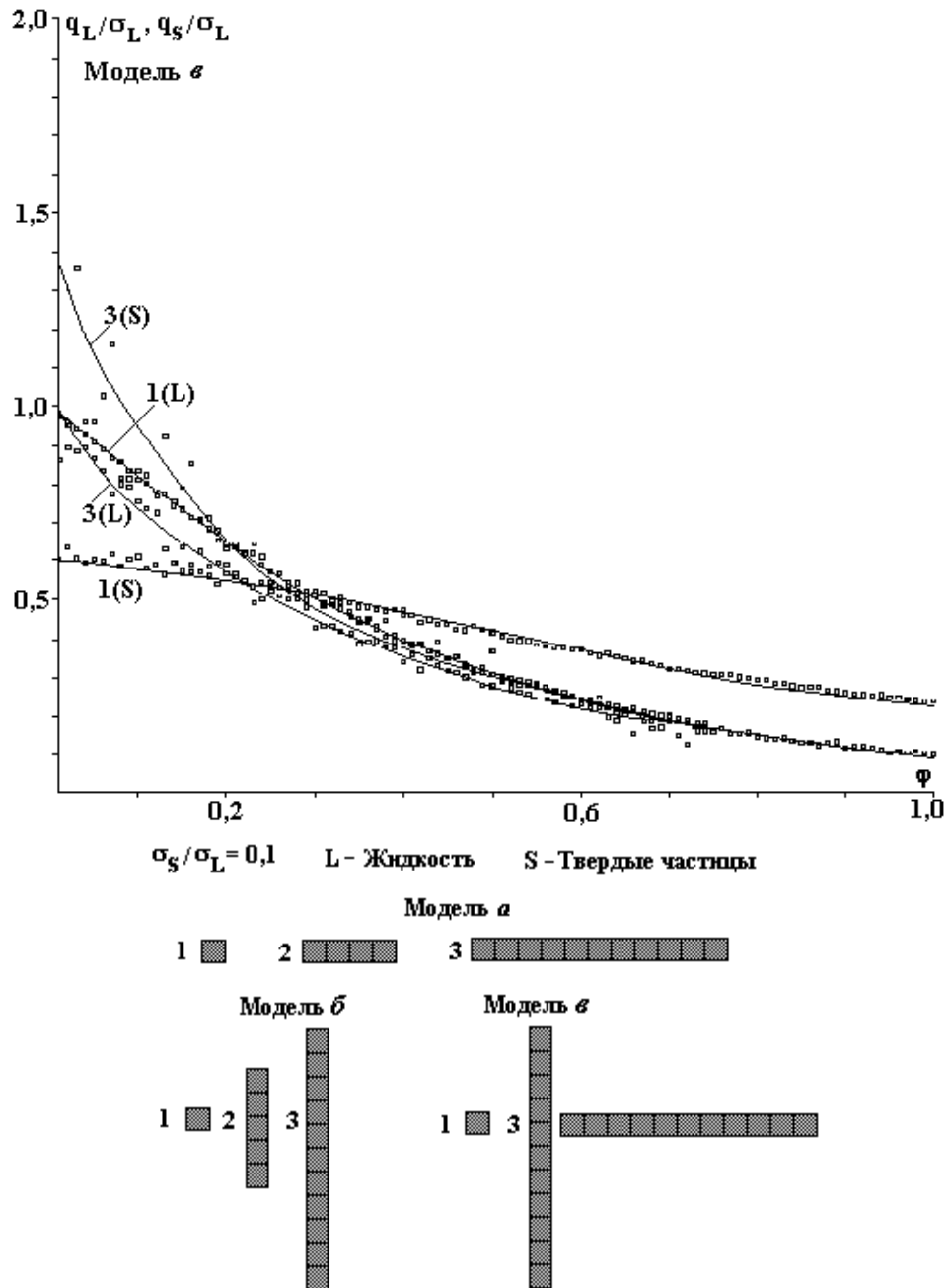


Рис. 6. Типичные зависимости приведенных удельных скоростей нагревания подсистем жидкость ( $q_L$ ) и стружка ( $q_S$ ) от объемной доли твердой фазы в сокостружечной смеси  $\phi$  с анизотропной формой частичек с коэффициентом анизотропии формы  $f = 1$  (1),  $f = 5$  (2),  $f = 11$  (3) и  $\sigma_S/\sigma_L = 0,1$  для различных моделей ориентационного расположения частичек а, б и в

На рис. 7 представлены зависимости концентрации, соответствующей точке тепловой инверсии  $\phi_i$  от  $\sigma_S/\sigma_L$  для стружки изотропной и анизотропной формы для различных случаев ее расположения во внешнем электрическом поле. Концентрация  $\phi_i$  во всех случаях возрастает при уменьшении отношения проводимостей  $\sigma_S/\sigma_L$ . При очень малых значениях  $\sigma_S/\sigma_L$  ( $\sigma_S/\sigma_L \ll 1$ ) проявление тепловой инверсии тесно связано с перколяционным поведением проводимости в сокостружечной смеси и точка  $\phi_i$  по-видимому, соответствует перколяционной концентрации  $\phi_p$  в пределе бесконечно больших систем. Для изотропной случайной перколяции  $\phi_p = 0,5927$  [15], но величина  $\phi_p$  может зависеть также от формы частиц, заполняющих узлы решетки. При увеличении коэффициента анизотропии формы частиц при заданном значении  $\sigma_S/\sigma_L$  концентрация тепловой инверсии увеличивается для ориентации частиц вдоль поля (модель б) и уменьшается для ориентации частиц перпендикулярно полю (модель а).



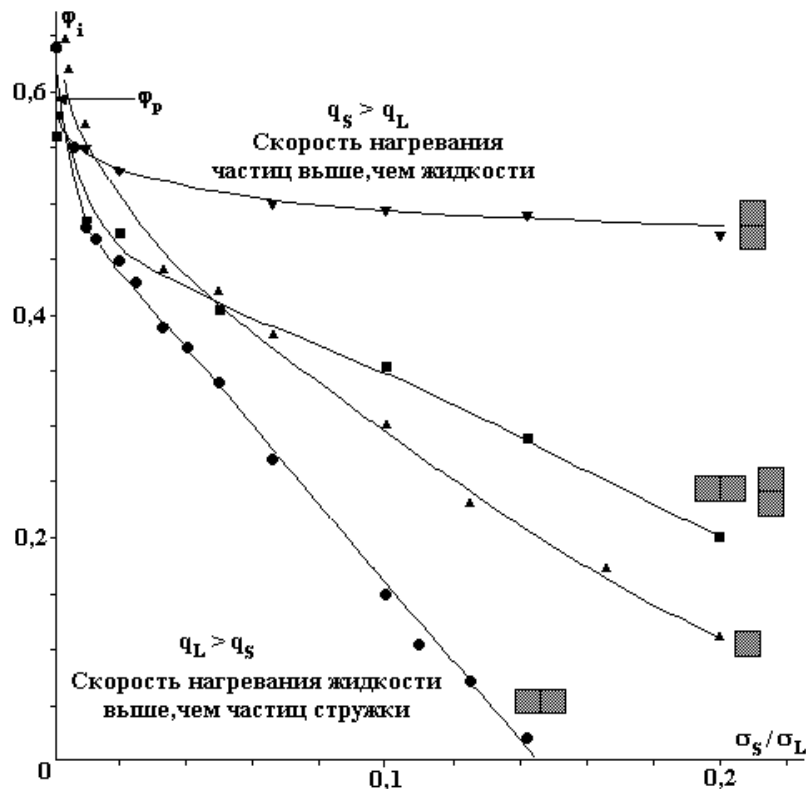


Рис. 7. Зависимость концентрации  $\varphi$ , соответствующей точке тепловой инверсии от  $\sigma_s/\sigma_L$  для стружки изотропной и анизотропной формы. Для анизотропных частичек коэффициент анизотропии составлял  $f = 2$ . Здесь точка  $\varphi = \varphi_p = 0,5927$  соответствует точке случайной перколяции для задачи узлов [15]

### Заключение

Таким образом, при омическом нагревании гетерогенной сокостружечной смеси происходит перераспределение тепловой энергии, которая вводится в систему между подсистемой твердая фаза и жидкость. На твердых частичках, которые имеют более низкую электропроводность  $\sigma_s$ , чем электропроводность сока  $\sigma_L$ , локальные поля являются более неоднородными, и напряженности поля  $E_s$  всегда превышают локальные напряженности в жидкой фазе  $E_L$ .

Скорости омического нагревания подсистем жидкость ( $q_L$ ) и стружка ( $q_s$ ) зависят от объемной доли твердой фазы в сокостружечной смеси  $\varphi$ , отношения проводимостей стружки и сока  $\sigma_s/\sigma_L$ , коэффициента анизотропии формы стружки  $f$  и характера ориентационного расположения анизотропных частичек во внешнем поле. При концентрациях твердых частиц в системе выше определенного значения  $\varphi_i$  наблюдается точка тепловой инверсии, когда стружка начинает нагреваться с большей скоростью, чем окружающий сок. Для более интенсивного нагревания подсистемы стружка наиболее оптимально проводить нагревание стружки анизотропной формы с упорядочением частиц перпендикулярно внешнему электрическому полю.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Alwis A.P., Fryer P.J. Finite–element analysis of heat generation and transfer during ohmic heating of food // Chemical Engineering Science. 1990. V. 45. № 6. P. 1547 – 1559.
2. Fryer P. J., Zhang L. Electrical resistance heating of foods // Trends of Food Science and Thechnology. 1993. V. 4. № 11. P. 364 – 372.
3. Wang W. Ohmic heating of foods: physical properties and applications // Ph.D. dissertation. Columbus, OH. The Ohio State University, 1995.
4. Metaxas A.C. Foundations of electroheat: A unified approach. N.Y., Wiley. 1996.
5. Рогов И.А., Горбатов А.В. Физические методы обработки пищевых продуктов. М., 1974.
6. Kim J., Pyun Y. Extraction of soy milk using ohmic heating // Abstract, 9th Congress on Food Science and Technology, Budapest, Hungary. 1995. P. 281

7. Катроха И., Матвиенко А.Б., Ворона Л.Г., Купчик М.П., Заяц В. Интенсификация извлечения сахара из сахарной свеклы в электрическом поле // Сахарная промышленность. 1984. № 7. С. 28 – 31.
8. Lima M. Ascorbic acid degradation kinetics and mass transfer effects in biological tissue during ohmic heating // Ph.D. dissertation. Columbus, OH. The Ohio State University, 1996. P. 28 – 44.
9. Lima M., Heskitt B., Sastry S. The effect of frequency and wave form on the electrical conductivity-temperature profiles of turnip tissue // J. Food Proc. Eng. 1999. V. 22. № 1. P. 41 – 54.
10. Schreier P., Reid D., Fryer P. Enhanced diffusion during the electrical heating of foods // Int. J. Food Sci. Technol. 1993. V. 28. P. 249 – 260.
11. Zitny R., Sestak J., Zajicek M. Continuous direct ohmic heating of liquids . In: CD-ROM Int.CHISA 98, p.11, 1998; <http://www.fsid.cvut.cz/ascii/en/U218/peoples/zitny/ohmic.htm>
12. Khalaf W. G., Sastry S.K. Effect of Fluid Viscosity on the Ohmic Heating Rate of Solid-Liquid Mixtures // Journal of Food Engineering. 1996. V. 27. № 2. P. 145 – 158.
13. Bakalis S., Cox P.W., Fryer P.J. Modelling particular thermal technologies // Thermal technologies in food processing . Ed. Philip Richardson, 2001, Boca Raton, CRC Press. P. 113 – 137.
14. Frank D.J., Lobb C.J. Highly efficient algorithm for percolative transport studies in two dimensions// Phys. Rev. 1988. V. B37. P. 302 – 307.
15. Stauffer D., Aharony A. Introduction to percolation theory. London: Taylor and Fransis, 1994.
16. Orangi S., Sastry S., Li Q. A numerical investigation of electroconductive heating in solid-liquid mixtures// Int. J. Heat Mass Transfer. 1998. V. 41. № 14. P. 2211 – 2220.

*Поступила 20.01.03*

### **Summary**

The paper is devoted to development of network model of juice-shaving mixture ohmic heating. The spatial distribution of medium local heat rates are carried out. The heat rates versus a shaving volume fraction, ration of the conductances of juice and of shaving  $\sigma_L/\sigma_S$  and a shaving form anisotropy factor are considered. The thermal inverse point of (that relevant to the volume fraction of shaving at which the heats rates in fluid and solid phase are coincide) versus  $\sigma_L/\sigma_S$  and  $f$  are discussed.

---