

## ТОЛЩИНА ПАРОГАЗОВОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ АНОДНОМ НАГРЕВЕ ВЕРТИКАЛЬНО ПОГРУЖЕННОГО ЦИЛИНДРА

*Костромской государственный университет им. Н.А. Некрасова,  
ул. 1-го Мая, 14, г. Кострома, 156001, Россия  
\*Институт прикладной физики АН Молдовы,  
ул. Академией, 5, г. Кишинев, МД-2028, Республика Молдова*

### Введение

Толщина парогАЗОВОГО слоя является важнейшей внутренней характеристикой процесса нагрева, поскольку именно от нее зависит величина выделяемой в прианодной области мощности источника питания и температура нагреваемой детали. Изменение толщины парогАЗОВОЙ оболочки по вертикали, или ее профиль, определяют распределение температуры по обрабатываемой поверхности. Несмотря на важность этой величины, до сих пор отсутствуют сведения о ее толщине с приемлемой точностью. Для катодного процесса нагрева имеются визуальная оценка толщины оболочки 0,2–1,2 мм [1] или ее расчет по следующей формуле [2]:

$$\delta = \sqrt[4]{\frac{4\mu_1\lambda_1(T - T_s)z}{\psi g \rho_1(\rho_2 - \rho_1)}}. \quad (1)$$

Вероятно, соотношение (1) получено для насыщенного пленочного кипения при условии, что скорости пара и электролита на их границе совпадают. Здесь  $\mu_1$  – динамическая вязкость пара,  $\lambda_1$  – коэффициент теплопроводности пара,  $T$  – температура нагреваемой детали,  $T_s$  – температура кипения электролита,  $z$  – вертикальная координата,  $\psi$  – теплота парообразования,  $g$  – ускорение силы тяжести,  $\rho_1$  – плотность пара,  $\rho_2$  – плотность раствора электролита. По этой формуле толщина катодной оболочки снижается от 0,3 до 0,04 мм при уменьшении температуры катода от 800 до 300°C [3].

Предпринимались попытки измерить анодную парогАЗОВУЮ оболочку на статических фотографиях. Утверждалось, что ее толщина увеличивается от 0,07 до 0,25 мм при разогреве раствора серной кислоты от 25 до 63°C, что сопровождалось снижением температуры анода от 750 до 400°C при неизменном напряжении 140 В [4]. В измерениях не учитывалось преломление света на межфазной границе и не указаны координаты съемки электрода длиной 14 мм. Численные оценки средней толщины анодной оболочки, полученные для различных условий нагрева, дают значения от 0,01 до 0,12 мм [5–7]. Расчет основывался на решении уравнения теплопроводности в тонком парогАЗОВОМ слое, нагреваемом проходящим электрическим током. В работе предлагается расчет профиля анодной парогАЗОВОЙ оболочки и его сравнение с экспериментальными и теоретическими данными.

### Эксперимент

В качестве анода использовался стальной цилиндрический образец диаметром 8 мм, погружаемый в 15% водный раствор хлорида аммония на глубину 90 мм. Торцевая поверхность образца анода изолировалась от раствора керамическим экраном. Нагревание осуществлялось в стандартной ячейке цилиндрической формы диаметром 100 мм с продольным обтеканием вертикально ориентированного образца. Электролит подавался в ячейку с помощью насоса через патрубок в центре ее основания, затем переливался через край ячейки в поддон, откуда поступал в теплообменник. Охлаждение электролита водопроводной водой позволяло поддерживать его температуру равной  $(30 \pm 1)^\circ\text{C}$  на выходе из теплообменника. Напряжение на ячейке измерялось вольтметром, температура раствора в различных точках прианодной зоны измерялась термопарой медь-константан, сигнал которой регистрировался самописцем КСП-4. Расход электролита определялся поплавковым ротаметром.

Оказалось, что температура раствора в прианодной области, так же, как и сила тока, пульсируют из-за неизбежных колебаний парогазовой оболочки в электрическом поле. Статистической обработке с помощью пакета «MathCad» подвергались три значения тока и температуры, полученных из экспериментальной записи непрерывного сигнала: среднее, максимальное и минимальное. При оценке максимального и минимального значений по два крайних отбрасывались как грубые ошибки. Средние значения тока (А) представлены в таблице для различных напряжений и расходов электролита.

Напряжение, В	Расход электролита, л/мин						
	1,4	1,85	2,3	2,8	3,85	4,9	5,9
140	23,27	25,00	26,78	25,57	28,52	28,47	30,05
160	21,49	22,40	23,61	23,70	24,61	27,04	28,43
180	19,33	20,24	21,84	22,27	22,75	24,70	25,87
200	18,50	19,20	20,32	19,00	21,45	23,05	24,05
220		18,42	19,76	19,24	21,04	22,19	22,84
250	16,86	18,42	19,11	17,16	20,06	20,93	21,72
270		16,77	18,33	17,42	20,19	21,88	22,27

Вольт–амперные характеристики анодного нагрева, как обычно, падающие; увеличение расхода электролита способствует повышению тока, вероятно, из-за сжатия парогазовой оболочки.

На рис. 1 представлены значения температуры раствора в зависимости от расстояния до анода на различных глубинах в цилиндрической системе координат. Начало координат размещалось на оси анода в его нижней точке, вертикальная ось  $z$  направлена вертикально вверх. При удалении от анода температура снижалась тем сильнее, чем ниже точка ее измерения. Этот факт косвенно подтверждает расширение оболочки в вертикальном направлении и заметный перегрев электролита в верхней части нагревательного устройства. Оказалось, что при точности измерения координаты термопары 1 мм невозможно построить изотермы, соответствующие температурам выше 66°C. Это говорит о том, что в прианодной зоне толщиной 1–2 мм температурный напор свыше 30°C, поскольку граница раздела между парогазовой оболочкой и раствором сама представляет собой изотерму с температурой 100°C.

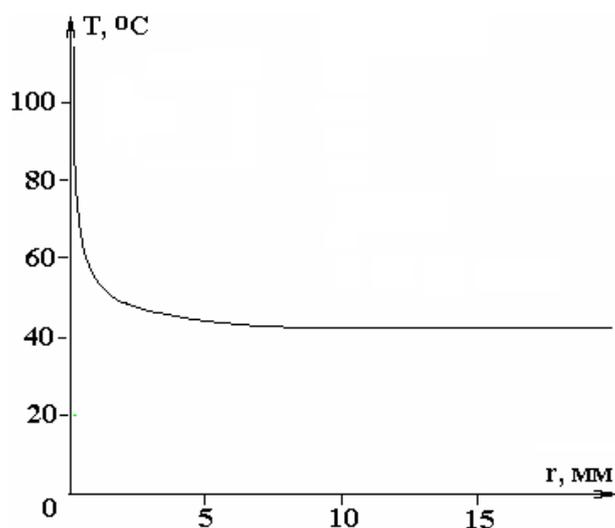


Рис. 1. Температура электролита в зависимости от расстояния до анода при  $z = 20$  мм. Напряжение 180 В, расход электролита 2,8 л/мин. Температура нижней части анода (2 мм от торца на оси цилиндра) – 840 °C, в верхней (на уровне раствора в ячейке) – 730 °C

Распределения температуры можно экстраполировать функциями следующего вида:

$$T(r, z) = a(z)e^{-r} + \frac{b(z)}{r} + c(z), \quad (2)$$

где  $a(z)$ ,  $b(z)$ ,  $c(z)$  – численные коэффициенты, подбираемые из условия малости отклонений от измеренной температуры, для каждого значения  $z$ . Подстановка  $T = 100^\circ\text{C}$  давала координату  $r = \delta$ , соответствующую данной  $z$ . Такая экстраполяция дает степенную зависимость профиля парогазовой оболочки от вертикальной координаты. Однако при данной точности измерений не удалось определить даже порядок толщины парогазовой оболочки.

### Теоретический анализ

Рассчитаем профиль парогазовой оболочки на основе известного подхода, применяемого для пленочного кипения. Исходными соотношениями являются одномерные уравнения энергии и движения для стационарного режима. Будем считать парогазовую оболочку плоской, поскольку ее толщина гораздо меньше радиуса анода (рис. 2). Для ламинарного движения пара вдоль вертикального цилиндра, пренебрегая конвективными членами в тонкой оболочке, используем следующее уравнение [8, 9]:

$$\mu_1 \frac{d^2 v}{dr^2} = g(\rho_1 - \rho_2). \quad (3)$$

Здесь  $v$  – вертикальная проекция скорости пара. На границе с металлическим анодом скорость пара равна нулю, то есть  $v(0) = 0$ . На границе паровой оболочки с раствором условия обычно задаются двумя способами [8, 9]. В первом случае считается, что скорости пара и раствора на их межфазной границе совпадают, это означает отсутствие механического взаимодействия между фазами и равенство нулю касательных напряжений, то есть  $\frac{dv}{dr}(\delta) = 0$ , где  $\delta = \delta(z)$ . При этих условиях решение уравнения (3) имеет следующий вид:

$$v_1 = \frac{g(\rho_2 - \rho_1)}{2\mu_1} (2\delta r - r^2). \quad (4)$$

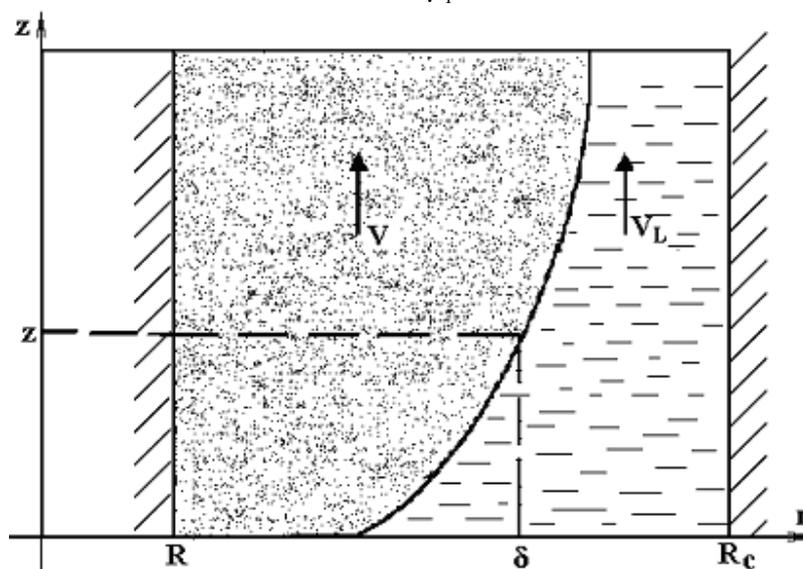


Рис. 2. Схема расчета теплового баланса в потоке пара

Второй случай, традиционно рассматриваемый в теплофизических задачах, соответствует неподвижной жидкости и нулевой скорости пара на границе раздела фаз. Для анодного нагрева это условие менее справедливо. Более реалистично задать скорость пара на границе, равную скорости проточного электролита. Тогда скорость пара будет равна

$$v_2 = \frac{v_L}{\delta} r + \frac{g(\rho_2 - \rho_1)}{2\mu_1} (\delta r - r^2), \quad (5)$$

где  $v_L$  – скорость вертикального течения раствора.

Другое отличие анодного нагрева от пленочного кипения заключается в наличии внутренних источников тепла, которые действуют в парогазовой оболочке из-за прохождения через нее электрического тока. Поэтому уравнение энергии будет таким:

$$\lambda_1 \frac{d^2 T}{dr^2} + w = 0, \quad (6)$$

где  $T$  – температура пара,  $w$  – объемная мощность внутренних источников тепла в парогазовой оболочке. Аналогично [5] пренебрегаем тепловым потоком на границе анод – оболочка, то есть  $\frac{dT}{dr}(0) = 0$ . Температуру пара на границе оболочка – раствор примем равной температуре насыщения раствора, то есть  $T(\delta) = T_s$ . Соответствующее этим граничным условия распределение температуры будет параболическим:

$$T(r) = T_s + \frac{w}{2\lambda_1} (\delta^2 - r^2). \quad (7)$$

Теперь запишем уравнение теплового баланса для участка пара около теплоотдающей поверхности, под которой следует понимать поверхность максимальной температуры [6]. Доля тепла, поступающего из оболочки в анод, составляет несколько процентов от общего выделения энергии, поэтому теплоотдающая поверхность расположена гораздо ближе к аноду, чем к раствору. Пренебрежение тепловым потоком из оболочки в анод означает, что в качестве теплоотдающей поверхности рассматривается поверхность анода. Рассмотрим прилегающий к аноду участок длиной  $z$  в вертикальном направлении, который за время  $dt$  отдаст тепло  $dQ = q 2\pi R z dt$  (рис. 2). Здесь  $q = w\delta$  – плотность теплового потока;  $R$  – радиус анода. Это тепло получают проходящий мимо него пар объемом  $dV_1$  и недогретый раствор электролита объемом  $dV_2$ . Очевидно,  $dV_1 = 2\pi R \delta \langle v \rangle dt$ , где  $\langle v \rangle$  – скорость пара, усредненная по  $r$ . Объем нагреваемого раствора  $dV_2 = \pi (R_c^2 - R) v_L dt \approx \pi R_c^2 v_L dt$ , где  $R_c^2 = 100$  мм – радиус катода (цилиндрической ячейки). Баланс тепла описывается следующим уравнением:

$$w\delta 2\pi R z = c_1 \rho_1 2\pi R \delta \langle v \rangle [ \langle T \rangle - T_s ] + \psi \rho_1 2\pi R \delta \langle v \rangle + c_2 \rho_2 \Delta T \pi R_c^2 v_L, \quad (8)$$

где  $c_1$  – теплоемкость водяного пара;  $c_2$  – теплоемкость раствора электролита;  $\Delta T$  – средний нагрев проточного раствора. Усреднение скорости пара и температуры дает для всех случаев следующее:

$$\langle v_1 \rangle = \frac{g\delta^2(\rho_2 - \rho_1)}{3\mu_1}, \langle v_2 \rangle = \frac{v_L}{2} + \frac{g\delta^2(\rho_2 - \rho_1)}{12\mu_1}, \langle T \rangle = T_s + \frac{w\delta^2}{3\lambda_1}. \quad (9)$$

Для удельной мощности объемных источников тепла используем выражение, полученное для прохождения тока через парогазовую оболочку по закону Ома [10]. Плотность тока  $j = \sigma U/\delta$ , откуда

$$w = \frac{\sigma U^2}{\delta^2}, \quad (10)$$

где  $\sigma$  – удельная электропроводность парогазовой фазы,  $U$  – напряжение нагрева. Подстановка второго варианта средней скорости (9) и (10) в (8) дает уравнение четвертой степени относительно  $\delta$ :

$$\delta^4 + \frac{6\mu_1 v_L}{g(\rho_2 - \rho_1)} \delta^2 + \frac{18\lambda_1 \mu_1 c_2 \rho_2 \Delta T R_c^2 v_L}{g R \rho_1 (\rho_2 - \rho_1) (c_1 \sigma U^2 + 3\lambda_1 \psi)} \delta = \frac{36\lambda_1 \mu_1 \sigma U^2 z}{g \rho_1 (\rho_2 - \rho_1) (c_1 \sigma U^2 + 3\lambda_1 \psi)}. \quad (11)$$

Формально уравнение (11) позволяет рассмотреть частный случай использования раствора, разогретого до точки кипения, то есть при  $\Delta T = 0$ . Уравнение становится биквадратным, допускающим точное решение:

$$\delta = \sqrt{\frac{3\mu_1\nu_L}{g(\rho_2 - \rho_1)}} \left[ \sqrt{1 + \frac{4g\lambda_1(\rho_2 - \rho_1)\sigma U^2 z}{\rho_1\mu_1\nu_L^2(c_1\sigma U^2 + 3\lambda_1\psi)}} - 1 \right]. \quad (12)$$

Численные оценки показывают, что при любом варианте анодного нагрева безразмерный комплекс под вторым радикалом превосходит единицу на три–пять порядков. Упрощенное решение совпадает с решением, соответствующим первому случаю, то есть отсутствию механического взаимодействия между паром и раствором:

$$\delta = \sqrt[4]{\frac{36\mu_1\lambda_1\sigma U^2 z}{g\rho_1(\rho_2 - \rho_1)(c_1\sigma U^2 + 3\lambda_1\psi)}}. \quad (13)$$

Похожий профиль парогазовой оболочки использовался для оценок толщины парогазовой оболочки при катодном нагреве (1).

Из практики анодного нагрева известно, что устойчивая парогазовая оболочка не может существовать в растворе, нагретом до температур выше 80–90°. Именно поэтому решения (1) и (13) далеки от реальных условий. Кроме того, эти соотношения не приведут к экспериментально наблюдаемым падающим вольт–амперным характеристикам, в чем легко убедиться подстановкой (13) в выражение для плотности тока, использованное в (10).

Численные оценки коэффициентов уравнения (11) показывают, что первые два члена меньше последующих на пять порядков. В реальном диапазоне переменных уравнение оказывается практически линейным, то есть

$$\delta = \frac{2\sigma U^2 Rz}{c_2\rho_2\nu_L\Delta TR_c^2}. \quad (14)$$

Расширение парогазовой оболочки с ростом напряжения оказывается достаточно большим, чтобы обеспечить падающую вольт–амперную характеристику. Однако нулевая толщина парогазовой оболочки в нижней части анода не имеет физического смысла, поскольку это означало бы наличие прямого контакта между раствором и раскаленным металлическим анодом. Поэтому в (14) следует ввести постоянную составляющую  $\delta_0$ :

$$\delta = \delta_0 + \frac{2\sigma U^2 Rz}{c_2\rho_2\nu_L\Delta TR_c^2}. \quad (15)$$

Выражение (15) можно упростить введением расхода электролита  $Q$ , равного

$$Q = Sv_L = \pi(R_c^2 - R_A^2)\nu_L \approx \pi R_c^2\nu_L, \text{ откуда } \nu_L R_c^2 = Q/\pi. \quad (16)$$

В таком случае толщина парогазовой оболочки будет равна

$$\delta = \delta_0 + \frac{2\pi R\sigma U^2 z}{c_2\rho_2 Q\Delta T} = \delta_0 + Az. \quad (17)$$

### Обсуждение результатов

Профиль оболочки (17) позволяет рассчитать вольт–амперную характеристику анодного нагрева. Наблюдаемый ток

$$I = \int_0^h j(z)dS = \int_0^h \frac{\sigma U}{\delta} 2\pi R dz = \frac{c_2\rho_2 Q\Delta T}{U} \ln\left(1 + \frac{2\pi R h \sigma U^2}{\delta_0 c_2\rho_2 Q\Delta T}\right), \quad (18)$$

где  $h$  – глубина погружения анода. Отметим, что зависимость тока от напряжения убывающая, то есть вольт–амперная характеристика падающая. В эту характеристику входят режимные параметры

нагрева (напряжение и расход электролита), размеры обрабатываемой детали (радиус и высота), измеряемый перегрев электролита и табличные характеристики молекулярных свойств электролита. Неопределенными величинами являются удельная электропроводность парогазовой оболочки и ее толщина у основания анода. Отношение этих величин может быть найдено сравнением теоретического тока с наблюдаемым. Из (18) следует, что

$$\frac{\sigma}{\delta_0} = \frac{c_2 \rho_2 Q \Delta T}{2\pi R h U^2} \left[ \exp\left(\frac{IU}{c_2 \rho_2 Q \Delta T}\right) - 1 \right]. \quad (19)$$

Для одного из опытов таблицы  $U = 180$  В,  $I = 22,27$  А,  $R = 4$  мм,  $h = 90$  мм,  $Q = 2,8$  л/мин,  $\Delta T = 10^\circ\text{C}$  (рис. 1). Удельная теплоемкость раствора  $c_2 = 4,22 \cdot 10^3$  Дж/кг·К [11], плотность  $\rho_2 = 1,1 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. В этом случае  $\sigma/\delta_0 = 159$  Ом<sup>-1</sup>·м<sup>-2</sup>. В изученном диапазоне переменных значения этого отношения изменяются от 70 до 470 Ом<sup>-1</sup>·м<sup>-2</sup>. Отношение  $\sigma/\delta_0$  явно снижается при увеличении температуры нагрева, то есть с увеличением расхода электролита во всем изученном диапазоне, или с ростом напряжения в пределах восходящей ветви вольт–температурной характеристики (до 200–250 В в зависимости от скорости течения раствора).

Удельная электропроводность парогазовой оболочки  $\sigma$  определяется напряженностью электрического поля, обеспечивающего эмиссию анионов. Отсутствие надежных данных не позволяет судить о влиянии напряжения на удельную электропроводность парогазовой среды, поскольку повышение напряжения неизбежно влечет за собой утолщение оболочки. При этом несомненно, что рост температуры при увеличении напряжения повысит толщину оболочки  $\delta_0$  в нижней части анода. Не исключено, что удельная электропроводность растет с увеличением напряжения, но, очевидно, медленнее, чем  $\delta_0$ . Однако в рамках использованной модели электропроводность оболочки предполагалась постоянной, поэтому в расчетах должны быть использованы средние значения.

Удельную электропроводность парогазовой оболочки можно оценить следующим образом. Из соотношений (7) и (10) температура анода равна

$$T_A = T_s + \frac{\sigma U^2}{2\lambda_1}, \quad (20)$$

откуда удельная электропроводность

$$\sigma = \frac{2\lambda_1(T_A - T_s)}{U^2}. \quad (21)$$

Измерения показывают, что температура анода при увеличении напряжения растет не так быстро, как следует из (20). Эта зависимость не учитывает изменения характера проводимости оболочки при высоких напряжениях и пригодна лишь для грубых оценок. Расчет электропроводности согласно (21) для условий таблицы (температура образца не указана) дает значения от  $2,87 \cdot 10^{-3}$  до  $4,74 \cdot 10^{-3}$  Ом<sup>-1</sup>·м<sup>-1</sup>, откуда средняя электропроводность парогазовой оболочки составляет  $(4 \pm 1) \cdot 10^{-3}$  Ом<sup>-1</sup>·м<sup>-1</sup>. В таком случае толщина оболочки  $\delta_0$  в нижней части анода будет увеличиваться с ростом температуры, то есть при увеличении расхода электролита в изученных пределах или при росте напряжения до 200–250 В. Для рассмотренного выше частного случая нагрева при 180 В с расходом 2,8 л/мин получим  $\delta_0 = 25,1$  мкм. Согласно (17) толщина парогазовой оболочки в верхней части анода длиной 90 мм составит 160 мкм.

Для сравнения на рис. 3 представлены расчетные зависимости средней толщины парогазовой оболочки от напряжения для образца гораздо меньших размеров. Кривая 1 получена по формуле (17), кривая 2 – по методике [7]. Обе зависимости близки к линейным и совпадают по порядку величин.

Удельная электропроводность парогазовой оболочки в реальных условиях нагрева оказалась на два порядка выше, нежели в оболочке, толщина которой стабилизировалась дополнительным источником тепла. Очевидно, что проводимость оболочки определяется подвижностью носителей заряда (анионов раствора) и их концентрацией. Поэтому из полученного результата следует, что для прохождения тока через оболочку постоянной толщины, то есть поддерживаемую дополнительным источником тепла, достаточно заметно меньшей концентрации ионов. Реальные условия нагрева требуют гораздо большего тока и выделяемой мощности для обеспечения устойчивости парогазовой

оболочки. Это достигается более интенсивной эмиссией анионов раствора, то есть повышенной электропроводностью оболочки.

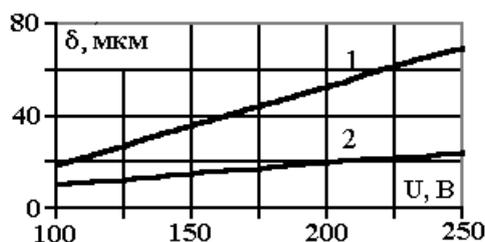


Рис. 3. Зависимость средней толщины парогазовой оболочки от напряжения нагрева образца диаметром 1 мм, длиной 10 мм в 13% растворе хлорида аммония.  
1 – расчет по формуле (17), 2 – расчет по методике [7].

### Выводы

1. Рассмотрено ламинарное движение прианодной парогазовой оболочки с внутренними источниками тепла, позволяющее рассчитать ее толщину. Полученный профиль парогазовой оболочки, возникающей при анодном нагреве в водных растворах, соответствует экспериментально наблюдаемым вольт–амперной и вольт–температурной характеристикам.

2. Выполнена оценка удельной электропроводности парогазовой среды для реальных условий анодного нагрева, составляющая  $(4 \pm 1) \cdot 10^{-3} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке УНИД КГУ им. Н.А. Некрасова.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Мураc В.С. Некоторые элементы процесса электролитного нагрева // Сборник научных трудов. Вып. 3. Минск, 1956. С. 87–104.
2. Семенова Г.А. Исследование процессов неизотермического цианирования стали // Автореф. Дис. канд. техн. наук. Л., 1972. С.5.
3. Ванин В.С., Семенова Г.А. Цианирование стали с нагревом в электролите // Металловедение и термическая обработка металлов. 1965. №10. С. 47–48.
4. Лазаренко Б.Р., Дураджди В.Н., Факторович А.А. и др. Об особенностях электролитного нагрева при анодном процессе // Электронная обработка материалов. 1974. № 3. С. 37–40.
5. Ганчар В.И., Дмитриев Э.Г. Вольт–амперные и вольт–температурные характеристики анодного электролитного нагрева // Электронная обработка материалов. 1989. № 2. С. 23–25.
6. Ганчар В.И. Параметры теплообмена в процессе анодного электролитного нагрева // Инженерно-физический журнал. 1991. Т. 60. № 1. С. 92–95.
7. Ганчар В.И., Згардан И.М., Дикусар А.И. Анодное растворение железа в процессе электролитного нагрева // Электронная обработка материалов. 1994. № 4. С. 56–61.
8. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. М., 1981. С. 274–275.
9. Теория теплообмена / Под ред. А.И. Леонтьева. М., 1979. С. 415.
10. Белкин П.Н. Анодный нагрев в водных растворах // Вестник Костромского государственного педагогического университета. 1997. № 4. С. 55–58.
11. Теплотехника / Под ред. В.Н. Луканина. М., 1999.

Поступила 24.01.02

### Summary

The profile of the anode vapor-gas shell has been calculated. The electrical conductivity of the vapor-gas phase under normal operating conductions of the anode heating has been estimated.