

9. Протасов В.О., Богатырев П.Б., Векилов Э.Х. Способы сохранения ихтиофауны при различных видах подводных работ. М., 1982.

10. Глинка Н.Л. Общая химия. Л., 1988.

Поступила 11.04.01

Summary

In this technology we present experimental researches of influences of powerful acoustic pulses and throwing out of chemical substances, which accompanies the electro-chemical explosions to the fauna of sea. The researches were carried out in South Seas from the board of science-researching vessel "Gipanis". The ecological danger from such explosions is very small in the zone of extraction of sulfa-ore on the bottom of Ocean.

Ф.П. Гросу, М.К. Болога, И.А. Кожухарь

ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ПРОСТЫХ ДИСПЕРСНЫХ СРЕД

*Институт прикладной физики АН РМ,
ул. Академией, 5, г. Кишинев, МД-2028, Республика Молдова*

1. Общие теоретические соображения

Под простой дисперсной средой будем подразумевать жидкость или газ (дисперсионная фаза), содержащие мелкие чужеродные нерастворяющиеся и некоагулирующие частицы (дисперсная фаза). Обе фазы считаются однородными по составу, а дисперсные частицы имеют шарообразную форму, что продиктовано не только простотой, но и типичностью структуры дисперсных систем. Под такое определение попадают эмульсии, различные суспензии, некоторые коллоиды, газозвеси, туманы, облака и т.п.

Одной из основных механических параметров дисперсной среды является степень ее дисперсности, характеризующая средний размер частицы. Другая характеристика – это массовая или объемная концентрация. Будем пользоваться понятием объемной концентрации, представляющей собой долю объема дисперсной фазы ΔV_1 , в рассматриваемом объеме среды ΔV , то есть $C \equiv \Delta V_1 / \Delta V$. Достаточно мелкодисперсную среду (радиус частиц $r \leq$ мкм) при не слишком малых концентрациях ($C \geq 10^{-3} = 0,1\%$) можно рассматривать как сплошную локально однородную среду, что и принято в дальнейшем. При этом физические параметры приобретают смысл непрерывно распределенных по объему величин и допустимо понятие их значения в "точке". Например, для концентрации таковым является предел

$$C = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} (\Delta V_1 / \Delta V).$$

Теперь переходим к обсуждению электрофизических параметров смеси: абсолютной диэлектрической проницаемости ϵ , удельной электропроводности σ , и времени электрической релаксации $\tau = \epsilon / \sigma$.

Согласно [1], если вещество представляет собой мелкодисперсную смесь, то и электрическое поле можно рассматривать как непрерывное, усредненное по физически малым объемам. По отношению к такому полю смесь можно рассматривать как однородную (локально) и изотропную среду с некоторыми усредненными определенным образом параметрами:

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E}, \quad (1)$$

где \vec{D} и \vec{E} – индукция и напряженность электрического поля.

Аналогично удельную электропроводность σ можно интерпретировать как коэффициент пропорциональности между средней плотностью тока и напряженностью поля:

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}. \quad (2)$$

Таким образом, суть нахождения ε и σ смеси состоит в установлении связей (1) и (2) путем процедуры усреднения поля. При этом, ввиду предполагаемой малости концентрации дисперсий, усреднение сведется к усреднению замкнутой фазы.

Итак, усреднять будем уравнения

$$\vec{D} - \varepsilon_2 \vec{E} = 0; \quad \vec{j} - \sigma_2 \vec{E} = 0,$$

где индекс 2 будет относиться к замкнутой фазе ("1" – к дисперсной).

Введя обозначения средних I_ε и I_σ будем иметь

$$I_\varepsilon \equiv \frac{1}{V} \int_{(V)} (\vec{D} - \varepsilon_2 \vec{E}) dV = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{V} \cdot \sum_{i=1}^N \int_{V_i} \vec{E}^{(i)} dV_i, \quad (3)$$

$$I_\sigma \equiv \frac{1}{V} \int_{(V)} (\vec{j} - \sigma_2 \vec{E}) dV = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{V} \cdot \sum_{i=1}^N \int_{V_i} \vec{E}^{(i)} dV_i, \quad (4)$$

где суммирование ведется по числу частиц N в объеме V , а интегрирование по объему V_i , i -ой частицы, $\vec{E}^{(i)}$ – распределение напряженности внутри нее. Следовательно, задача сводится к нахождению $\vec{E}^{(i)}$ и вычислению соответствующих интегралов.

Расчет $\vec{E}^{(i)}$ с учетом соударения частиц представляет, очевидно, весьма сложную задачу, поэтому ограничимся случаем

$$l/d \gg 1. \quad (5)$$

где l – средняя длина свободного пробега частиц, d – их размер.

Полагая $l = (n\pi d^2)^{-1}$, $C = (4/3)\pi r^3 n$, из (5) находим $C \ll \frac{1}{6} \approx 0,2 = 20\%$. Таким образом,

предельные концентрации, для которых приближение (5) допустимо, составляют не более десяти процентов, что в общем типично для рассматриваемых на практике систем.

Поскольку стационарные электродинамические процессы возможны лишь в двух несводимых друг к другу случаях – идеальных ($\sigma = 0$) и неидеальных ($\sigma \neq 0$) диэлектриков [2], то оба случая рассмотрим по порядку. Внешнее поле считаем стационарным и, в силу малости частиц, однородным.

2. Идеальные диэлектрики

При сделанных выше предположениях относительно структуры дисперсных систем диэлектрическая проницаемость смеси дается известной формулой [1]

$$\varepsilon = \varepsilon_2 + C \cdot \frac{3(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2}. \quad (6)$$

При выводе этой формулы [1] частицы предполагались электронейтральными. Однако со многих точек зрения представляет интерес вопрос о том, как бы повлиял заряд частиц на диэлектрическую проницаемость смеси, если бы они были заряженными. Ведь наличие у диэлектрических частиц в дисперсных высокоомных средах электрического заряда, по крайней мере в коллоидных системах [3], общеизвестный факт.

Попытаемся ответить на этот вопрос, для чего рассмотрим равномерно заряженный диэлектрический шар радиусом R , находящийся во внешнем электрическом поле напряженностью \vec{G} . Согласно изложенной выше общей идее, в первую очередь надлежит найти напряженность поля $\vec{E}^{(i)}$ внутри шара. Для этого заметим, что вне шара электрический потенциал $\varphi^{(e)}$ удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi^{(e)}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \cdot \frac{\partial \varphi^{(e)}}{\partial \theta} \right) = 0, \quad (7)$$

а внутри шара – уравнению Пуассона, то есть этому же уравнению, но с правой частью равной ρ/ε_1 . Следуя [1], решение уравнения (7) ищем в виде суперпозиции:

$$\varphi^{(e)} = -\vec{G} \cdot \vec{r} + \frac{A}{r^3} \vec{G} \cdot \vec{r} + \frac{C_1}{r}, \quad (8)$$

где A , C_1 – неизвестные константы, \vec{r} – радиус–вектор сферической системы координат с началом в центре шара и осью OZ , параллельной вектору \vec{G} , θ – угол между осью OZ и вектором \vec{r} . Легко заметить, что первое, второе и третье слагаемые (8) – это потенциалы внешнего поля, поляризованного шара и шара, равномерно заряженного.

Аналогично представляем решение внутри шара:

$$\varphi^{(i)} = -B\vec{G}\vec{r} + C_2 r^n, \quad (9)$$

где B , C_2 – константы.

Все слагаемые в (8) автоматически удовлетворяют уравнению (7) при произвольных A и C_1 , поэтому последние следует находить из других соображений. Постоянную C_1 можно найти по теореме Остроградского–Гаусса, проинтегрировав (8) (вернее $\vec{E}^{(e)}$, найденные из (8)) по сфере $r > R$. Найдем

$$C_1 = q/4\pi\epsilon_2,$$

то есть, как и следовало ожидать, последнее слагаемое (8) в точности совпадает с классическим выражением для потенциала равномерно заряженного шара.

Поскольку первое слагаемое (9) автоматически удовлетворяет уравнению Лапласа, то C_2 и n в (9) можно определить из уравнения Пуассона, так как оно неоднородно. Вычисления дают

$$n = 2; C_2 = -\rho/6\epsilon_1.$$

С учетом найденных постоянных из (8) и (9) получим:

$$\vec{E}^{(e)} = \vec{G} - \frac{A}{r^3} \vec{G} + \frac{3A}{r^5} (\vec{G}\vec{r}) \vec{r} + \frac{q}{4\pi\epsilon_2} \cdot \frac{\vec{r}}{r^3}, \quad (10)$$

$$\vec{E}^{(i)} = B\vec{G} + \frac{\rho}{3\epsilon_1} \vec{r}. \quad (11)$$

Выражения для $\vec{D}^{(e)}$ и $\vec{D}^{(i)}$ получаются умножением (10) и (11) на ϵ_2 и ϵ_1 , соответственно.

Заметим, что на границе раздела фаз ($r = R$) электрический потенциал, в отличие от случая незаряженного шара, испытывает скачок (двойной электрический слой)

$$\Delta\varphi|_{r=R} = \varphi^{(e)}|_{r=R} - \varphi^{(i)}|_{r=R} = \frac{\epsilon_2 + 2\epsilon_1}{6 \cdot \epsilon_1 \epsilon_2} R^2 \rho. \quad (12)$$

Таким образом, в качестве граничных условий для нахождения постоянных A и B следует принять непрерывность нормальной составляющей индукции электрического поля D_n и равенство (12). Это приводит к системе

$$\begin{cases} -\vec{G}\vec{R} + \frac{A}{R^3} \vec{G}\vec{R} + B\vec{G} \cdot \vec{R} = 0 \\ \epsilon_2 \left(\vec{G} - \frac{A\vec{G}}{R^3} + \frac{3A(\vec{G}\vec{R})\vec{R}}{R^5} \right)_r = \epsilon_1 B \cdot G_r. \end{cases} \quad (13)$$

Отсюда находим

$$A = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + 2\epsilon_2} R^3; \quad B = \frac{3\epsilon_2}{\epsilon_1 + 2\epsilon_2}.$$

Следовательно, напряженность поля внутри частицы равна

$$\vec{E}^{(i)} = \frac{3\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2} \vec{G} + \frac{\rho_i}{3\varepsilon} \vec{r}, \quad (14)$$

где ρ_i – плотность заряда i -ой частицы (в формулах (9), (11) и (12) индекс i имеет смысл “внутри частицы”).

С помощью (13) вычислим интеграл

$$\int_{V_i} \vec{E}^{(i)} dV_i = \frac{3\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2} \int_{V_i} \vec{G} dV_i + \frac{\rho_i}{3\varepsilon_1} \int_{V_i} \vec{r} dV_i.$$

Второй интеграл равен нулю. В итоге

$$I_\varepsilon = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{V} \cdot \frac{3\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2} \cdot \vec{G} \cdot \sum_{i=1}^N V_i = C \frac{3\varepsilon_2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2} \cdot \vec{G}, \quad (15)$$

где $C = (\sum V_i)/V$ – объемная концентрация частиц.

Подставив (15) в (3), получим

$$C \cdot \frac{3\varepsilon_2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2} \cdot \vec{G} = (\varepsilon - \varepsilon_2) \vec{E}, \quad (16)$$

где учтено $\vec{D} - \varepsilon_2 \vec{E} = I_\varepsilon$, $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$.

Так как $\vec{E} = \vec{G}$, то из (16) следует формула (6).

Вывод: заряд частиц не влияет на диэлектрическую проницаемость дисперсной диэлектрической среды.

3. Неидеальные диэлектрики ($\sigma \neq 0$)

Распределение электрического поля соответствует закону постоянного тока

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}; \quad \nabla \vec{j} = 0, \quad (17)$$

вместо идеального случая

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}; \quad \nabla \vec{D} = 0. \quad (18)$$

Электрический потенциал удовлетворяет уравнению Лапласа. Поэтому они имеют такой же вид, что и в предыдущей задаче только в (13) следует заменить ε на σ . Тогда

$$\vec{E}^{(i)} = \frac{3\sigma_2}{\sigma_1 + 2\sigma_2} \vec{G}.$$

Окончательно получим

$$\varepsilon = \varepsilon_2 + C \frac{3(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\sigma_2}{\sigma_1 + 2\sigma_2}, \quad (19)$$

$$\sigma = \sigma_2 + C \frac{3(\sigma_1 - \sigma_2)\sigma_2}{\sigma_1 + 2\sigma_2}. \quad (20)$$

Как видно из (19), электропроводимость среды существенно сказывается на диэлектрической проницаемости, в частности, рост электропроводности дисперсий снижает общую диэлектрическую проницаемость. С ростом σ_2 от 0 до $\sigma_2 \gg \sigma_1$ диэлектрическая проницаемость возрастает от ε_2 до $\varepsilon_2 + \frac{3}{2}C(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$ при $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ и наоборот убывает от ε_2 до $\varepsilon_2 - \frac{3}{2}C(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)$, если $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$. Аналогичные закономерности имеют место и для проводимости смеси (формула (20)).

Отношение (19) к (20) дает формулу для времени электрической релаксации смеси

$$\tau = \tau_2 \cdot \frac{1 + \alpha_\varepsilon \cdot C}{1 + \alpha_\sigma \cdot C}, \quad (21)$$

где обозначено

$$\begin{cases} \alpha_\varepsilon = \frac{3(K_\varepsilon - 1)}{K_\sigma + 2}; \alpha_\sigma = \frac{3(K_\sigma - 1)}{K_\sigma + 2} \\ K_\varepsilon = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}; K_\sigma = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}. \end{cases} \quad (22)$$

Поведение функции τ (с) (21) может быть выявлено по ее производной

$$\frac{d\tau}{dC} = \tau_2 \frac{\alpha_\varepsilon - \alpha_\sigma}{(1 + \alpha_\sigma C)^2}, \quad (23)$$

причем

$$\alpha_\varepsilon - \alpha_\sigma = 3K_\sigma \cdot \frac{\tau_1 - \tau_2}{K_\sigma + 2}. \quad (24)$$

Из (23) и (24) видно, что при $\tau_1 > \tau_2$, $\frac{d\tau}{dC} > 0$ и, следовательно, с ростом концентрации дисперсий растет время релаксации и наоборот, что вполне естественно, причем, при малых C время релаксации смеси приближается к таковому для замкнутой фазы.

Следует заметить, что весьма своеобразно ведет себя функция τ (C) при $\alpha_\varepsilon < 0$, $\alpha_\sigma < 0$. Именно, если $\alpha_\varepsilon/\alpha_\sigma > 1$, то с ростом C от 0 до $|\alpha_\varepsilon|^{-1}$ время релаксации падает от τ_2 до 0. Дальнейшее увеличение C в пределах $|\alpha_\varepsilon|^{-1} \div |\alpha_\sigma|^{-1}$ приводит к отрицательным значениям τ , не имеющим физического смысла. Наблюдаются и другие аномалии в поведении τ (C), которые, однако, оказались связанными с большими значениями C , намного превышающие границы применимости теории (см. выше $C \ll 1/6$).

В заключение отметим, что найденные выше формулы для ε , σ , τ , помимо описания свойств среды применительно к различным электрофизическим процессам, могут быть рекомендованы и в качестве своего рода рецепта для изготовления дисперсных сред с требуемыми параметрами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М., 1957.
2. Болога М.К., Гросу Ф.П., Кожухарь И.А. Электроконвекция и теплообмен. Кишинев, 1977.
3. Липатников В.Е., Казаков К.М. Физическая и коллоидная химия. М., 1975.

Поступила 22.08.2001

Summary

The results of theoretical calculations of mean values of dielectric permeability ε , specific conductivity σ and the time of electric relaxation $\tau = \varepsilon/\sigma$ of disperse media like emulsions, suspensions, etc. are reported. The interdependence between these parameters as a function of concentration is found.