

Моделирование перемагничивания аморфного микро- и нанопровода

С. А. Баранов^{a,b,c}

^aИнститут прикладной физики АН Молдовы,
ул. Академическая, 5, г. Кишинев, MD-2028, Республика Молдова, e-mail: baranov@phys.asm.md

^bПриднестровский госуниверситет им. Т.Г. Шевченко,
ул. 25 Октября, 128, г. Тирасполь, e-mail: sabaranov07@mail.ru

^cDépartement de Génie Physique, École Polytechnique de Montréal,
C.P. 6079, succ. Centre-ville, Montréal H3C 3A7, (Québec) Canada

Предложена математическая модель, описывающая процесс перемагничивания аморфного микропровода с помощью большого скачка Баркгаузена. Проведены оценки моделей для возможности оптимизации отношения сигнал/шум.

Ключевые слова: доменная стенка, сплайн-функция, стохастический резонанс, остаточные напряжения.

УДК 621.318: 538

ВВЕДЕНИЕ

Свойство литого аморфного микро- и нанопровода в стеклянной оболочке (ЛАМНСО) с положительной магнитострикцией и широким диапазоном радиусов жилы микропровода (от 50 до 0,1 μm) перемагничиваться одним большим скачком Баркгаузена (БСБ) используется, например, для индикации магнитного поля (подробнее см. [1]). Существующий материал по изучению БСБ (см., например, [2–8]) целесообразно упорядочить в представленный здесь обзор, в котором выделим и принципиально новые результаты. Это определит направления дальнейшего развития, а именно метода феноменологического уравнения движения доменной стенки (ДС) [7, 8]. Так как выбор модели феноменологического уравнения движения ДС не однозначен, необходимо привлекать некоторые идеи микромагнетизма для моделирования возможных физических процессов [5, 6, 9]. Цель работы – найти соответствие между предложенной математической моделью и параметрами доменной стенки из [5, 6] для физической интерпретации процессов, описывающих БСБ. Принята следующая схема изложения. Вначале приведем использованную ранее теорию [2–4], модифицированную в [6–8]. Изложим кратко теорию ДС ЛАМНСО [5], дополненную важными новыми результатами. Обоснуем модификацию феноменологического подхода к динамике ДС для получения качественно нового явления – стохастического резонанса, уже предложенного в [8] для ЛАМНСО в частном случае. Чтобы не загромождать текст, вынесем более подробные результаты расчета остаточных напряжений, ранее частично опубликованные в [5], в приложение 1.

В приложении 2 приведем расчет формулы для энергии обменного взаимодействия.

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ДОМЕННОЙ СТЕНКИ

Изучение динамики движения ДС основывается на решении уравнения Дёринга (см., например, [2–4]):

$$m_{ef}\ddot{x} + \beta\dot{x} + F_i(x) = 2M_sSH(t), \quad (1)$$

где m_{ef} – эффективная масса ДС, β – феноменологический коэффициент затухания; $F(x)$ – функция силы, характеризующая воздействие магнитного материала на ДС. Эта сила описывает градиент потенциального рельефа (ГПР).

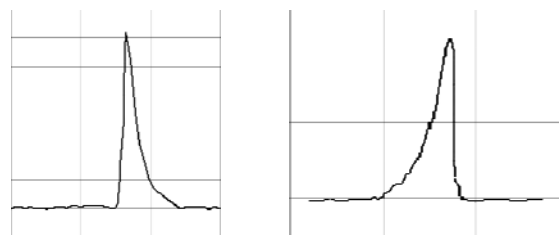


Рис. 1. Релаксационная (слева) и акселеративная (справа) формы импульсов ЭДС при БСБ зафиксированные на образцах ЛАМНСО с материалом жилы на основе железа (с положительной магнитострикцией) [2–7]. Далее нас будет интересовать в основном релаксационная форма движения ДС.

Согласно [5, 6] считаем, что $F(x)$ возникает в первую очередь благодаря остаточным напряжениям. Внешнее поле напряженностью H оказывает на 180° ДС давление $2M_sSH$ (M_s – намагниченность насыщения; S – площадь ДС). Обобщенная координата x – аналог радиальной координаты цилиндра, но ее область определения может быть формально расширена от $-\infty$ до ∞ ,

что диктуется соотношением расчетов с экспериментальными результатами.

Согласно [2–7] силу $F(x)$, действующую на ДС, можно описывать в математическом формализме *сплайн-функций* (СФ). В простейшем виде эти функции можно представить, как это сделано, например, в [7]:

$$F_1(x) = \begin{cases} 1) \frac{F_0}{x_0^2} x^2 & \text{при } x < 0 \\ 2) -\frac{2F_m}{c_i^3} x^3 + \frac{3F_m}{c_i^2} x^2 & \text{при } 0 \leq x \leq c_i; \\ 3) -F_m \frac{(x-c_i)^2}{(R_m-c_i)^2} + F_m & \text{при } x > c_i, \end{cases} \quad (2)$$

где R_m соответствует радиусу жилы микропровода, а c_i – размер области, в нашем случае аналогичный размеру области пластических деформаций (см. ниже). Считаем, что движение доменной стенки происходит от центра ЛАМНСО до внешней поверхности жилы. Так как форма сигнала импульса ЭДС (см. рис. 1) на измерительной катушке должна изменяться пропорционально скорости движения доменной стенки, то эта форма сигнала ЭДС должна соответствовать функции $F(x)$ (рис. 2).

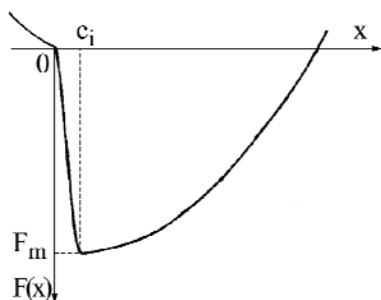


Рис. 2. Вид функции $F(x)$ (см. (2)), аппроксимирующей СФ, для значений параметров F_m и c_i в случае релаксационной формы импульса ЭДС для БСБ.

При этом величины F_m , c_i и др., определяющие коэффициенты при полиномах, несложно рассчитать из вида осциллограммы БСБ (см. [2–4] и ниже). В данном направлении расчетами было показано, что модель качественно описывает и релаксационный и акселеративный механизмы (см. подробнее далее, а также в [3, 4]), т.е. импульсы с крутым фронтом нарастания и пологим спадом или плавным нарастанием и резким спадом (рис. 1).

Основным результатом исследования является то, что величины коэффициентов в СФ должны также согласовываться с микромагнитными параметрами, что еще обсудим. Обоснуем, что для моделирования БСБ в ЛАМНСО представления СФ в виде формулы (2) недостаточно. Приведем вариант модифицированной теории.

Но вначале вернемся к исторически более ранним публикациям и проиллюстрируем хорошее совпадение более простого варианта представленной теории с экспериментом, в частности, на викаллоевых приводах [3, 4].

СРАВНЕНИЕ РАСЧЕТОВ В РАМКАХ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ

В более ранних работах [3, 4] при математическом описании механизмов переключения ферромагнетиков использовалась упрощенная СФ – $F(x)$, описывающая ГПР. Эта функция имела вид:

$$F_2(x) = \begin{cases} -\frac{2F_m}{c^3} x^3 + \frac{3F_m}{c^2} x^2 & \text{при } x \leq c, \\ \frac{F_m}{(R_m-c)^2} x^2 + \frac{2F_m c}{(R_m-c)^2} x + \frac{F_m R_m (R_m-2c)}{(R_m-c)^2} & \text{при } x > c. \end{cases} \quad (2a)$$

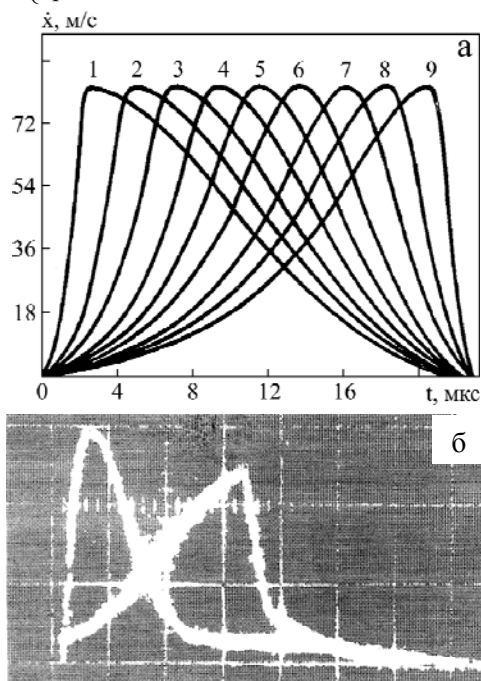


Рис. 3. Иллюстрация форм зависимостей скорости $x'(t)$ (а). Экспериментально наблюдаемые осциллограммы ЭДС – $e(t)$, снимаемые с измерительной катушки [3, 4] (б). В зависимости от параметров СФ наблюдается релаксационная (первая) или акселеративная (девятая) формы импульса ЭДС от БСБ, зафиксированные и на образцах ЛАМНСО с материалом жилы на основе железа (с положительной магнитострикцией) [6].

Данная аппроксимация СФ позволяла проводить варьирование физических параметров, которые изменяли характер движения ДС и сигнал ЭДС. Для этого менялись глубина F_m , величина радиуса R_m и положение минимума c . Таким образом (см. рис. 3):

а) подбором параметров СФ можно получить подобие расчетных зависимостей скорости движения ДС, которая пропорциональна ЭДС, то есть величине $e(t)$, экспериментально снимаемой с измерительной катушки (см. рис 3а);

б) результаты моделирования, полученные для магнитных (викаллоевых) проволочек, достаточно хорошо согласуются с импульсами ЭДС от БСБ (см. рис. 3б);

в) в магнитных аморфных микропроводах, и конкретно в ЛАМНСО, этот метод позволял удовлетворительно описать акселеративную форму движения ДС. Однако для описания релаксационной формы импульса с резким начальным фронтом необходимо учитывать начальную скорость движения ДС, которая может быть обеспечена из вида СФ, как она представлена в формуле (2), что было уже отмечено.

СОПОСТАВЛЕНИЕ МИКРОМАГНИТНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДОМЕННОЙ СТЕНКИ С МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛЬЮ

Как уже отмечалось, и расчет остаточных напряжений в ЛАМНСО (см. [5] и приложение 1), и моделирование движения доменной стенки в ГПР – $F(x)$ [2–4] проводятся для модели, в которой условно разделяют сечение ЛАМНСО на несколько участков (рис. 4). Основываясь на этой схеме, проведем микромагнитное обоснование предлагаемого подхода динамики ДС.

Запишем рассчитанные нами размеры и энергии ДС для каждого из участков (расчет остаточных напряжений в этих выделенных участках вынесен в приложение 1).

Согласно модели [5, 6] процесс движения доменной стенки начинается из центрального участка внутри цилиндра в области 3 (рис. 4). В центре образуется зародыш перемагничивания.

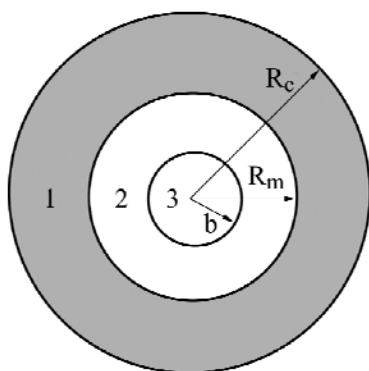


Рис. 4. Поперечное сечение микропровода ЛАМНСО. R_c – внешний радиус стеклянной оболочки; R_m – радиус металлической жилы; b – радиус границы пластической деформации.

Именно он представляет собой начальный участок, описываемый в (2), микромагнитные характеристики которого рассчитаем ниже.

1) В модели ЛАМНСО [5, 6] ДС энергетически выгодно зарождаться в области $r < b$ ($b \sim 10^{-6}$ м – радиус пластических деформаций (см. [5] и рис. 4)), где энергия анизотропии меньше. Оценим по порядку величины размеры ДС – Δ_i (определяющие, например, и размеры c_i). Формула для энергии обменного взаимодействия имеет стандартный вид [5, 9], который одинаков для всех участков (см. подробнее приложение 2):

$$W_A \approx \frac{A}{\Delta_i}, \quad (3)$$

где $A \sim 10^{-11}$ Дж/м – константа обменной энергии, $i = 1-3$ – индекс, характеризующий положение ДС в схеме сечения ЛАМНСО. В случае известной модели в теории Ландау и Лифшица (ЛЛ) энергию анизотропии можно представить

$$W_{a(LL)} \approx \lambda \sigma \Delta_{LL}, \quad (3a)$$

где $\lambda \sim 10^{-6}$ – магнитострикция, а σ – остаточные напряжения (в данном случае среднее их значение). Минимизация двух этих конкурирующих энергий, как известно, дает классический результат теории ЛЛ для размеров доменной стенки и ее энергии [5, 9]:

$$\Delta_{LL} \approx (A/K)^{1/2} \sim (10^{-5} \div 10^{-6}) \text{ м},$$

$$W_{LL} \approx (AK)^{1/2} \sim (10^{-4} \div 10^{-5}) \text{ Дж/м}^2. \quad (3b)$$

Если использовать для энергии анизотропии зависимость от Δ_3 (индекс «3» означает положение ДС) в центре металлической жилы ЛАМНСО, которая задается реальным видом остаточных напряжений (см. приложение 1 и [5, 6]):

$$W_{a3} \approx \lambda K b \times \ln\left(\frac{\Delta_3}{b}\right), \quad (4)$$

где $K \sim 10^8$ Па – константа напряжений пластической деформации, то минимизация суммы приводит к простому выражению, которое ранее было получено (см. [5, 6]):

$$\Delta_3 \approx \frac{A}{\lambda K b} \leq 10^{-7} \text{ м}. \quad (4a)$$

Полученное значение размеров ДС на порядок меньше характерного диаметра ЛАМНСО. Это важно для согласования модели, так как размеры доменной стенки не могут превышать размеров диаметра жилы микропровода (что имеет место в случае результата теории ЛЛ). Для величины плотности энергии, рассмотренной ДС, получим

$$W_3(\Delta_3) \approx \frac{A}{b} \leq 10^{-5} \text{ Дж/м}^2. \quad (5)$$

Соответствующее формуле (5) поле старта не зависит от анизотропии, но определяется технологическим параметром b , который по порядку

величины определяет полиномиальные коэффициенты в СФ. По формулам (4), (5) можно оценивать и размер возникающего зародыша доменной стенки цилиндрической формы и в других аморфных материалах. Отсюда следует, что энергетические оценки зарождения домена могут существенно отличаться от оценок в теории ЛЛ в пользу меньших энергий, необходимых для возникновения зародышей перемагничивания, что экспериментально наблюдается. Если вернуться к формуле (2), то начальный участок описывается первой функцией, что соответствует гармоническому колебанию или затухающему движению без колебания. Известно, что для ДС это затухающая форма движения [2–4, 9]. Поэтому в предложенной модели не столь важна точка начала движения.

Отметим, что формулы (3)–(5) применимы к любым магнитным материалам, в которых магнитные зародыши возникают в определенных видах дислокаций. Подробнее об энергии анизотропии, связанной с дислокациями, см. в [9] (с. 48). Данная энергии анизотропии

$$W_d \approx \lambda K_d b_d \times \ln \left(\frac{\Delta_d}{b_d} \right), \quad (5a)$$

где b_d – размер дислокации, $K_d \sim K$.

2) Рассмотрим случай, возможный благодаря особенности зависимости остаточных напряжений от радиальной координаты микропровода. Этот случай как раз описывает движение доменной стенки в центре микропровода (середины участка 2 на рис. 4). Зададим энергию анизотропии в виде (согласно [5] и приложению 1):

$$W_{a2g} \approx K_{2g} \left(\frac{\Delta_g}{b} \right)^n, \quad (6)$$

где

$$K_{2g} \approx \lambda P b^2,$$

а величина n уточнена ниже. Для величины ДС и удельной энергии ДС получим

$$\Delta_g \approx b \left(\frac{A}{n K_{2g}} \right)^{1/(n+1)}$$

$$W_{a2g}(\Delta_g) \approx K_{2g} \left(\frac{A}{n K_{2g}} \right)^{n/(n+1)}. \quad (7)$$

Формулы (7) в частном случае ($n = 1$) совпадают с результатом теории ЛЛ, когда размеры доменной стенки (и энергия доменной стенки), как известно, определяются средним геометрическим от двух характерных размеров, связанных с обменным взаимодействием и анизотропией. Из физических соображений ясно, что для

данной формулы необходимо условие $n > 0$, иначе доменная стенка реально не существует.

Отметим, что именно моделирование релаксационного импульса в самом начале перемагничивания (то есть в третьей и второй областях) является узким местом для моделирования функции $F(x)$. В этом случае акселеративный механизм движения ДС (рис. 1) моделируется лучше релаксационного, если даже считать, что начальная скорость доменной стенки равна нулю. Эта причина заставляет предположить существование ускоренного движения разгона ДС для случая релаксационного процесса (первый участок движения в формуле (2)).

3) Рассмотрим случай, когда ДС достигает области, близкой к спяю силикатного стекла, то есть заканчивает процесс перемагничивания (окончание участка 2 на границе с участком 1 на рис. 4). В этом случае можно считать, что энергия анизотропии постоянна и определяется величиной $\sim \lambda P$, определенной в [5] и ниже в приложении 1. Поэтому будем считать, что именно эта величина $\sim \lambda P$ определяет постоянный член F_m в (2).

Квадратичный член в (2) учитывает тот факт, что доменная стенка при движении увеличивает размеры из-за ее цилиндрической формы. Поэтому рассматривается следующая форма энергии анизотропии:

$$W_{a21} \approx \lambda P \left(\frac{\Delta_{21}^2}{R_m} \right), \quad (8)$$

где R_m (радиус жилы ЛАМНСО) введен для соблюдения равенства размерностей W_A и W_{a21} . Тогда размер доменной стенки и ее энергия определяются так:

$$\Delta_{21} = \left(\frac{A R_m}{\lambda P} \right)^{1/3} \approx (10^{-6} \div 10^{-8}) \text{ м}, \quad (9)$$

$$W_{21}(\Delta_{21}) = \left(\frac{A^2 \lambda P}{R_m} \right)^{1/3} \approx 10^{-4} \text{ Дж/м}^2.$$

Поле старта H_{c21} (соответствующее W_{21}) больше поля старта H_{c3} в третьей области (соответствующего $W_3(\Delta_3)$). Зависимость H_{c21} от радиуса жилы микропровода R_m и стеклянной оболочки с радиусом R_c , используя для параметра P формулы (15) (формулы из приложения 1), имеет вид

$$H_{c21} \approx \sqrt[3]{\frac{\lambda k x}{R_m \left[\left(\frac{k}{3} + 1 \right) x + \frac{4}{3} \right]}},$$

$$k \approx 0,3 - 0,5, \quad (10)$$

$$x = \left(\frac{R_c}{R_m} \right)^2 - 1.$$

4) В последнее время часто предполагается использовать для изучения перемагничивания ЛАМНСО модель движения доменной стенки, которую называют моделью «голова к голове» [10] (см. рис. 5).

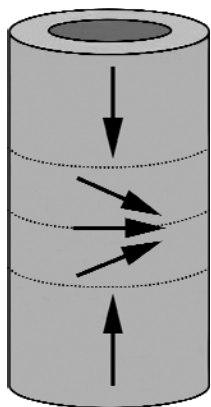


Рис. 5. Пример магнитной структуры, которая соответствует модели «голова к голове».

Упрощенный вариант такой модели, например, можно рассматривать как расширение сферической доменной стенки, находящейся в цилиндрической аморфной магнитной матрице, в области, где анизотропия отличается от анизотропии матрицы.

Если, аналогично предыдущему, энергия, соответствующая анизотропии ДС, будет изменяться только из-за увеличения поверхности ДС, то запишем данную энергию как функцию от ширины ДС в виде

$$W_{as} \approx K_s \left(\frac{\Delta_s^3}{R_s^2} \right), \quad (11)$$

где, аналогично предыдущему, добавлен множитель R_s^2 (R_s – характерный радиус действия анизотропии, близкий к размеру доменной стенки) для соблюдения равенства размерностей величин W_A и W_{as} . Минимизация функционала приводит к следующим формулам для размера ДС и ее энергии:

$$\Delta_s = \left(\frac{AR_s^2}{K_s} \right)^{1/4} \approx (\Delta_{LL} R_s)^{1/2}, \quad (12)$$

$$W_s(\Delta_s) \approx \frac{(W_{LL} A)^{1/2}}{(R_s)^{1/2}}.$$

Размер ДС здесь аналогичен размеру домена в теории ЛЛ с характерной «длиной образца», которую в данном случае играет величина R_s , то есть область, где существенно отличие анизотропии сферического включения от анизотропии матрицы. Энергия ДС пропорциональна среднему геометрическому от энергии ДС в модели ЛЛ и обменной энергии, но при этом обратно пропорциональна $(R_s)^{1/2}$. Можно говорить о «жесткости» этих доменов, которые не просто подавить

полем, противоположно направленным к полю анизотропии сферического включения. Существование таких доменов в ЛАМНСО, перемагничивание которых может существенно изменять прямоугольность петли гистерезиса, экспериментально не наблюдается.

Отметим, что результаты пунктов 2 и 4 приводятся здесь впервые и ранее не обсуждались.

МОДИФИЦИРОВАННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ДОМЕННОЙ СТЕНКИ

Численные расчеты с использованием функции (2) и параметров, соответствующих доменной стенке ЛАМНСО, не удовлетворяют ряду экспериментальных результатов, а также в большей мере представленной выше теоретической микромагнитной модели. Приведенные микромагнитные модели предполагают построение другой феноменологической модели движения ДС, которая будет учитывать существенные отличия ЛАМНСО от использованных ранее специально деформированных образцов провода из сплава викаллоу [2–4]. Было показано [7] и подтверждено выше, что для адекватного моделирования аппроксимации $F(x)$ в виде (2) и (2а) недостаточно. В [8] предложена другая аппроксимация ГПР для СФ, которая представляется нам наиболее адекватной и удобной для интерпретации физических явлений в ЛАМНСО. СФ представляется в виде двух потенциальных ям, разделенных энергетическим барьером. Отметим, что в [8] рассматривается только частный случай симметричных ям, что вряд ли реализуемо в ЛАМНСО. Представим в общем виде СФ:

$$F_3(x) = \begin{cases} 1) - F_{m1} \frac{(x-c_k)^2}{(R-c_k)^2} + F_{m1} \text{ при } x < -c_k; \\ 2) - \frac{2F_{m1}}{c_k^3} x^3 + \frac{3F_{m1}}{c_k^2} x^2 \text{ при } -c_k \leq x < 0; \\ 3) - \frac{2F_{m2}}{c_i^3} x^3 + \frac{3F_{m2}}{c_i^2} x^2 \text{ при } 0 \leq x \leq c_i; \\ 4) - F_{m2} \frac{(x-c_i)^2}{(R-c_i)^2} + F_{m2} \text{ при } x > c_i. \end{cases} \quad (13)$$

Использование градиентной СФ функции с двумя минимумами позволяет исследовать данную бистабильную систему для случая существования стохастического резонанса при квазистатическом перемагничивании ЛАМНСО. Так как рассматриваются сильно демпфированные движения, в которых масса доменной стенки достаточно мала по сравнению с воздействием на ДС силы трения, в первом приближении вместо динамического уравнения (1) рассмотрим урав-

нение, в котором для упрощения отброшено ускорение:

$$\beta \dot{x} + F_3(x) = 2M_s SH(t) + A \sin(\omega t) + g(t), \quad (14)$$

где $A \sin(\omega t)$ – монохроматическая сила, инициирующая переход из одного состояния в другое; $g(t)$ – стохастическая сила, возникающая из-за шумового магнитного поля. Это позволяет проще проинтегрировать уравнение движения доменной стенки. Амплитуды детерминированных сил предполагаем достаточно малыми. Скачок через барьер между двумя минимумами осуществляется, в частности, благодаря стохастической силе. В нашем рассмотрении необходимо найти скорость процесса, которая определяет амплитуду сигнала. Важным моментом здесь будет также нахождение отношения сигнал/шум.

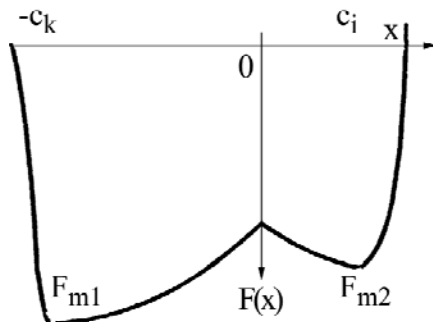


Рис. 6. Вид функции $F(x)$, аппроксимирующей СФ, в зависимости от значений ее параметров F_{m1} , F_{m2} и c_i , c_k . (В [8] данная функция имела симметричный вид.)

Предварительные результаты численных расчетов дают качественную картину увеличения на выходе отношения сигнал/шум при определенных соотношениях частоты монохроматической силы к параметрам градиентной функции. Диапазон этих частот лежит в области 10 кГц, что может представлять практический интерес для оптимизации работы миниатюрных датчиков магнитного поля из ЛАМНСО. Более подробное сравнение с экспериментом будет проведено в другом сообщении.

ВЫВОДЫ

1. Проанализирована возможность использования уравнения Дёринга с применением поля сил, которые описываются ГПР с помощью СФ, предложенных в ранних работах [2–7]. Эти СФ в зависимости от величины их параметров могут описывать релаксационную или акселеративную форму движения ДС. Однако для описания ряда эффектов и сопоставления описания с микромагнитными расчетами предложенный вид СФ нужно модифицировать, что и было сделано в заключительном параграфе.

2. Произведено сопоставление модели феноменологического уравнения движения ДС с микромагнитными расчетами, что позволяет обосновать

микромагнитную структуру ЛАМНСО и вид СФ, которые применяются для изучения динамики движения ДС.

3. Предложенная модификация ГПР для СФ позволяет изучить возможность существования для данной системы стохастического резонанса. Возможность экспериментального наблюдения стохастического резонанса для явления перемагничивания ЛАМНСО имеет большое теоретическое и практическое значение. В настоящее время существует достаточно ограниченное число систем, в которых присутствует стохастический резонанс.

4. Предложенная теория в корне отличается от известных существующих теорий динамики ДС [11–13], которые применимы к аморфным лентам или пленкам, но не учитывают специфику ЛАМНСО. Это, на наш взгляд, определяет научную значимость представленной работы, в которой сведены прежние результаты и новые их трактовки. Отметим, что для аморфных проводов, полученных по другим технологиям (см., например, [14]), необходимы другие теоретические модели динамики ДС.

Автор благодарен А. Елону (A. Yelon), Д. Менарду (D. Menard), Г.В. Ломаеву и А.И. Дикусару за обсуждение работы и ценные замечания.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Приведем формулы для остаточных напряжений в ЛАМНСО (основанные на простой модели остывания цилиндра и цилиндрической поверхности с разными коэффициентами термического расширения). Данная модель (ее можно называть моделью Порицкого, Хэлла и Бергера [15]) широко используется для расчетов напряжений, которые возникают в макроскопических спаях стекла с металлом.

Для радиальной ($\sigma_{r(0)}$), тангенциальной ($\sigma_{\varphi(0)}$) и осевой ($\sigma_{z(0)}$) компонент напряжений ранее были получены (см., например, [5]) следующие формулы:

$$\begin{aligned} \sigma_{r(0)} = \sigma_{\varphi(0)} &= P = \sigma_m \frac{kx}{\left(\frac{k}{3} + 1\right)x + \frac{4}{3}}, \\ \sigma_{z(0)} &= P \frac{(k+1)x + 2}{kx + 1}, \\ x &= \left(\frac{R_c}{R_m}\right)^2 - 1, \end{aligned} \quad (15)$$

где $\sigma_m = \varepsilon E_1$, $\varepsilon = (\alpha_1 - \alpha_2)(T^* - T) \approx 5 \cdot 10^{-3}$, α_i – коэффициенты термического расширения (КТР) металла ($i = 1$) и стекла ($i = 2$); T^* – температура застывания композита в области контакта металла и стекла ($T^* \sim 10^3$ К); T – температура, при ко-

торой проводится эксперимент; R_m – радиус металлической жилы микропровода; R_c – внешний радиус стеклянной оболочки микропровода;

$$k = \frac{E_2}{E_1} \sim 0,4 \div 0,5,$$

где E_i – модули Юнга (металла ($i = 1$) и стекла ($i = 2$)).

Наибольшим напряжением является продольное напряжение, что подтверждает продольную магнитную структуру, то есть:

$$\sigma_{z(0)} \approx (2-3)P, \sigma_{z(0)} > \sigma_{r,\varphi(0)},$$

а максимум величины P определится как

$$P \rightarrow 0,5\sigma_m \approx 10^9 \text{ Па.}$$

Так как рассмотренная модель предполагает одновременное застывание металлического стержня и стеклянной оболочки, то для следующего шага правомерно использовать (естественно учитывая все погрешности такого подхода) формулы (15) в качестве начального приближения. Будем считать, что напряжения, рассчитанные в (15), действуют на поверхности металлической жилы ЛАМНСО (по крайней мере, по порядку величин).

Более сложная, но соответственно адекватная модель расчета остаточных напряжений на поверхности металлической жилы рассмотрена в [16]. Учтено влияние оксидного слоя, возникающего между внутренней поверхностью силикатного стекла и внешней поверхностью металлической жилы (см. штрихпунктирную линию на рис. 7). В общем виде решение данной задачи возможно только численно. Но поправки в оценках остаточных напряжений (см. подробнее [16]) не меняют основные качественные результаты, следующие из (15).

Отметим, что для расчета доменной структуры ЛАМНСО нельзя не учитывать процессов релаксации в жиле микропровода, которые приводят к зависимостям в σ_r и σ_φ от r – координаты цилиндра. Вначале рассмотрим простой вариант такой теории расчета напряжений с применением теории упругости без учета области пластической релаксации, а далее – и с учетом пластических релаксаций [5]. Для бесконечно длинного цилиндра достаточно ввести радиальную деформацию u , которая удовлетворяет уравнению (задача Ламе, см. [5, 17–19]):

$$u'' + \frac{1}{r}u' - \frac{1}{r^2}u = 0. \quad (16)$$

Уравнение (16) позволяет решить задачу о деформации бесконечной цилиндрической фигуры с внутренним радиусом \bar{r}_1 и внешним радиусом

\bar{r}_2 . Пусть на цилиндрические поверхности данной фигуры действуют давления P_1 и P_2 . Решение этой задачи для остаточных напряжений в каждой оболочке можно представить в виде [5, 17–19]:

$$\sigma_r = P'_1 - \frac{c_1}{r^2}, \quad (17)$$

$$\sigma_\varphi = P'_1 + \frac{c_1}{r^2},$$

где величины P'_1 и c_1 определяются из граничных условий для напряжений. Для нашего случая:

$$P'_1 = \frac{P_2 r_2^2 - P_1 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}, \quad (18)$$

$$c_1 = \frac{P_2 - P_1}{r_2^2 - r_1^2} r_2^2 r_1^2.$$

Предполагается, что напряжения (то есть приложенные к цилиндрической поверхности давления) являются (в случае ЛАМНСО) растягивающими, что важно для выбора знака. В (17) и (18) представленные величины будут положительны, если

$$P_2 \geq P_1.$$

Именно такая ситуация возникает в ЛАМНСО. Отсюда следует важное соотношение:

$$\sigma_r \leq \sigma_\varphi. \quad (19)$$

Если представить жилу микропровода в виде оснх цилиндрических поверхностей, то, задавая внешние граничные условия, можно построить регурентные соотношения, которые позволяют численно рассчитать остаточные напряжения. Граничными условиями считаем условия максимальных напряжений на поверхности жилы, которые можно оценить из (15). Из численных расчетов следует, что остаточные напряжения для ЛАМНСО в следующих слоях убывают (по абсолютной величине), оставаясь растягивающими. Для расчета ширины ДС важны аналитические зависимости остаточных напряжений от координаты радиуса цилиндра, которые представим (согласно [17–19]) в виде

$$\sigma_{r(1)} \approx P \left[1 - \left(\frac{b}{r} \right)^2 \right], \quad (20)$$

$$\sigma_{\varphi(1)} \approx P \left[1 + \left(\frac{b}{r} \right)^2 \right],$$

где b – минимальное предельное значение радиуса \bar{r}_1 внутри металлической жилы, когда можно пренебрегать пластической релаксацией. Параметр b является феноменологическим параметром

ром, который необходимо оценивать из экспериментальных данных. В отличие от (15) остаточные напряжения (17) и (20) учитывают, что в центре микропровода идут релаксационные процессы. Если считать, что область с границами от $\bar{r}_1 \equiv b$ до внешнего радиуса $\bar{r}_2 \equiv \bar{R}_m$ является областью упругих напряжений, то из (17)–(20) сложно получить уравнение равновесия [17–19]:

$$r \left(\frac{d\sigma_r}{dr} \right) = \sigma_\phi - \sigma_r. \quad (21)$$

Кроме того, выполняется и соотношение, следующее из закона Гука, что сумма радиальных и тангенциальных напряжений при заданном радиусе цилиндрической поверхности постоянна:

$$\sigma_r + \sigma_\phi = 2P. \quad (22)$$

Оценим осевое напряжение $\sigma_{z(1)}$ из известных компонент $\sigma_{r,\phi(1)}$:

$$\sigma_{z(1)} \approx \nu 2P. \quad (23)$$

Для нулевой задачи (случай формулы (15)) выполнялось:

$$\sigma_{r(0)} = \sigma_{\phi(0)} = P. \quad (24)$$

Чтобы точнее привязать решение к (15), можно добавить к общему решению постоянные напряжения $\sigma_{r,\phi,z(1)}^0$.

Тогда (17) и (20) можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} \sigma_{r(1)} &\approx P \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) + \sigma_{r(1)}^0, \\ \sigma_{\phi(1)} &\approx P \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) + \sigma_{\phi(1)}^0, \\ \sigma_{z(1)} &\approx \nu \left(\sigma_{r(1)} + \sigma_{\phi(1)} \right) + \sigma_{z(1)}^0, \\ \sigma_{r(1)}^0 &= \sigma_{\phi(1)}^0 \approx 0,5 \left(\sigma_{z(1)}^0 \right), \end{aligned} \quad (25)$$

если $\nu \rightarrow 0,5$ (и $b \leq R_m/2$).

Отметим, что аналитическая экстраполяция численных расчетов имеет вид

$$\sigma_{r(12)} \approx A_{12} - B_{12} \left(\frac{r}{b} \right)^n, \quad (26)$$

где $-1 < n < 2$.

Учет пластических релаксаций в зоне $\bar{r} < b$ можно осуществлять, используя функцию Эйри – $\Phi(r)$ (подробнее см., например, [5, 17–19]), которая позволяет в нашем случае рассчитать остаточные напряжения с учетом пластической релаксации. Сразу ограничимся центрально-симметричным случаем, когда функция Эйри зависит только от радиальной координаты.

В этом случае формулы связи $\Phi(r)$ с остаточными напряжениями существенно упрощаются [5, 17–19]:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \left(\frac{1}{r} \right) \Phi'_r, \\ \sigma_\phi &= \Phi''_r. \end{aligned} \quad (27)$$

Для удобства интегрирования делается стандартное преобразование перехода к переменной t (см. [5, 17–19]) по формуле:

$$t = \ln\{r\}, \quad (28)$$

и после преобразования уравнение для функции $\Phi(t)$ имеет простой вид [5]:

$$\Phi_t'''' - 4\Phi_t'' + 4\Phi_t' = 0, \quad (29)$$

где штрихами обозначено дифференцирование, произведенное по переменной t . Тогда общие решения для всех остаточных напряжений можно представить в виде [5, 17–19]:

$$\sigma_r = P'_1 - \frac{c_1}{r^2} + 2k \ln r, \quad (30)$$

$$\sigma_\phi = P'_1 + \frac{c_1}{r^2} + 2k(1 + \ln r),$$

где P'_1 , c_1 , k – параметры, завязанные на граничные условия и материальные константы. Первые два члена приведенного здесь общего решения соответствуют функциям, которые были использованы ранее в (25). Они описывают только механизм упругих напряжений в простейшем приближении. Напряжения, которые возникают в области, когда $r < b$, будем считать «пластическими», так как при быстрой закалке аморфных материалов возможно возникновение пластической релаксации.

Формулы (30) полностью описывают поставленную задачу вплоть до радиуса b во всей упругой области [18, с. 112–113]. Таким же образом в рамках теории пластических напряжений область решений можно продлить от радиуса b до размеров, где нарушаются критерии применимости континуальной модели (см. заштрихованную область вблизи нуля на рис. 7).

Проанализируем добавки к напряжениям в «пластической» области (для $r < b$) в виде, согласующемся с результатами более подробной теории [19] (при этом коэффициент Пуассона ν здесь равен $1/2$ согласно [17–19]). Аналитическая форма решения (30), достаточная для расчета магнитной структуры, известна в теории пластической релаксации как решение с учетом условий текучести в форме условий Треска (об условиях Треска см. подробнее [18, 19]). Представим данные функции в виде

$$\begin{aligned}\sigma_{r(2)} &= 2K \times \ln\left(\frac{r}{b}\right), \\ \sigma_{\varphi(2)} &= 2K \times \left[1 + \ln\left(\frac{r}{b}\right)\right], \\ \sigma_{z(2)} &\approx \nu \times (\sigma_{p(2)} + \sigma_{\varphi(2)}) \sim 2K \times \left[1 + 2\ln\left(\frac{r}{b}\right)\right]\end{aligned}\quad (31)$$

и отметим, что к формулам (30) и (31) могут быть также добавлены еще и слабо зависящие функции от переменной радиуса (см. подробнее [19]), которые для наших целей расчета доменной структуры не внесут существенный вклад. Оценки K и b на основании эксперимента и физических соображений (см. [5]) следующие: верхняя граница $b \leq R_m/2$, а нижняя граница $K \sim 0,1P$.

Предлагается модель, в которой остаточные напряжения σ_r и σ_z (для краткости будем обозначать $\sigma_{r,z}$) в жиле ЛАМСО монотонно убывают к центру жилы (см. рис. 7). Эта модель отличается, например, от моделей [20, 21] граничными условиями, что приводит к качественно разным результатам поведения остаточных напряжений (рис. 7, кривая γ). В [20, 21] остаточные напряжения $\sigma_{r,z}$ монотонно убывают к границе жилы – стекло, что физически не обосновано.

В случае нашей модели причиной убывания $\sigma_{r,z}$ к центру жилы является релаксация напряжений в центре ЛАМСО. Эти пластические релаксации упругих напряжений можно обосновать тем, что при остывании жилы перепад температуры между ее центром и периферией составляет сотни градусов. Поверхность микропровода сцепляется со стеклом химической энергией связи, которая с начала получения ЛАМСО превалирует над энергией остаточных напряжений. До внутреннего радиуса b происходит в основном лишь упругая релаксация напряжений. Напряжения, которые имеют место в области участка микропровода, близкого к центру жилы ($r < b$), считаем «пластическими», так как при быстрой закалке аморфных материалов возможно возникновение пластической релаксации. Для наглядности представлены схемы напряжений в аморфной жиле и силикатном стекле (рис. 7). Для рассматриваемой доменной модели представляют интерес радиальные остаточные напряжения. Все остаточные напряжения в жиле микропровода – растягивающие (положительные). Отрицательная добавка $\sigma_{r(2)}$, связанная с релаксацией (формулы (31)), меньше, чем положительное (растягивающее) напряжение, уже существующее в металлической жиле (за счет формул (15) и (20)). Для тех $r \ll b$, где эта добавка станет больше уже существующих там остаточных напряжений, вероятнее всего, нару-

шается область применимости нашей модели. И мы эту область «вырезаем» из рассмотрения (заштрихованная область вокруг нуля на рис. 7). В стеклянной оболочке остаточные напряжения – сжимающие (рис. 7). Исходя из условия равновесия на поверхности жилы–стекло, если жила растягивается, то стекло сжимается. Предполагаем также, что после снятия (либо повреждения сцепления) стеклянной оболочки радиальные напряжения внутри жилы могут стать сжимающими (например, во внутренней области жилы, что отмечено на рис. 7 штриховой линией β). Это позволяет более корректно определять физический смысл параметра b .

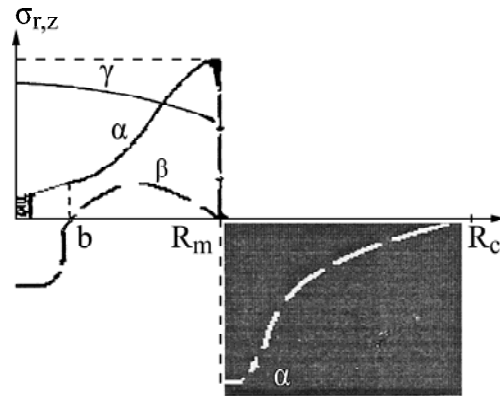


Рис. 7. Качественная диаграмма изменения остаточных напряжений $\sigma_{r,z}$ вдоль радиуса микропровода. Кривая α представляет исходное состояние данных напряжений в металлической жиле и стекле (в стекле выделено черным цветом и штриховой линией). В металлической жиле эти напряжения всегда растягивающие, то есть положительные. Остаточные напряжения в силикатном стекле всегда сжимают стеклянную оболочку (то есть они отрицательные). Внутри области пластической релаксации выделен фрагмент (вблизи центра жилы), где нарушается применимость континуальной модели. Кривая β – гипотетический вид остаточных напряжений в металлической жиле после стравливания стеклянной оболочки либо нарушения ее сцепления с металлической жилой. Для примера приведены качественные результаты вариантов расчета остаточных напряжений согласно [20, 21] (кривая γ), которые отличаются от наших результатов.

В заключение отметим, что использованная здесь в качестве граничного условия модель Полицкого, Хэлла и Бергера [15] для расчета остаточных напряжений в ЛАМСО является не единственной. В [22], например, предложена другая схема расчета. Полученный там результат отличается от формул (15). Однако формулы (15) хорошо объясняют эксперименты по ФМР и ЕФМР (см., например, [23, 24]), что не соответствует результатам [22].

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

При расчете размеров ДС используется член обменной энергии в виде формулы (3). Эта же формула применяется, например, в работах [9, 25, 26], где обсуждается и способ ее получе-

ния. Ввиду важности данной формулы приведем ее вывод более подробно.

Два ближайших спина в ферромагнетике, повернутых относительно друг друга на небольшой угол, увеличивают энергию обменного взаимодействия на

$$W_A \approx -\cos \varphi \approx -(1 - \varphi^2 / 2). \quad (32)$$

Для упрощения опустим константу взаимодействия, пропорциональную величине A , так как нас интересует только функциональная зависимость данной энергии от размера ДС, то есть от δ . В дальнейшем примем во внимание только приращение к энергии, которое вносит вклад при вариации энергии для нахождения δ . Поэтому константы в (32) будем отбрасывать.

Угол между векторами пропорционален расстоянию между спинами a и градиенту изменения угла. Средний градиент изменения угла пропорционален величине поворота угла, который необходимо еще разделить на размер ДС – δ .

Таким образом, получается следующая промежуточная величина, пропорциональная величине $(a^2/2\delta^2)$.

Для вычисления окончательного результата необходимо искомую величину $\sim (a^2/2\delta^2)$ умножить на число слоев поворота в промежутке, равном толщине доменной стенки, то есть на величину, равную $\pi(\delta/a)$.

В заключение получается формула (3), в которой опущен множитель $\pi/2$, как превышающий точность расчетов.

Приведенные рассуждения правомерны, если размеры доменной стенки много больше величины a . В этом случае мы переходим к непрерывному приближению, в котором быстрый поворот двух ближайших спинов на угол $\sim \pi$ заменяется медленным разворотом спиновой системы, который происходит на длине размера ДС – δ .

ЛИТЕРАТУРА

1. Ломаев Г.В., Баранов С.А., Каримова Г.В. О возможных механизмах переключения в литом аморфном микропроводе. *Магнитные явления*. Сб. статей под ред. Ломаева Г.В. Ижевск: Иж. ГТУ, 2011, (4), 43–47.
2. Ломаев Г.В., Петров М.Ю., Ходырев А.В. О математическом моделировании ГПР в процессе переключения бистабильных ферромагнетиков. *Вестник Удмуртского университета (физика)*. 2005, (4), 195–202.
3. Ломаев Г.В., Ахизина С.П., Водеников С.К. О двух формах импульсов ЭДС от скачка намагниченности в ферромагнетике. *Дефектоскопия*. 1996, (12), 54–59.
4. Ломаев Г.В., Ахизина С.П., Глушкова Т.Е. Моделирование больших скачков Баркгаузена. *ФММ*. 1997, **84**(5), 10–16.
5. Baranov S.A. Magnetic Models of Cast Amorphous Microwires. *Surf Eng Appl Electrochem*. 2011, **47**(4), 316–330.
6. Baranov S.A., Karimova G.V., Lomaev G.V. Domain Wall Movement in the Cast Amorphous Microwire. *Surf Eng Appl Electrochem*. 2006, **42**(2), 73–78.
7. Каримова Г. В., Ходырев А.В. Моделирование флуктуаций поля старта в аморфном микропроводе в стеклянной оболочке на основе Fe и Co. *Известия Института математики и информатики*. Ижевск. 2006, (2), 173–176.
8. Ходырев А.В. Моделирование стохастического резонанса в бистабильных ферромагнетиках. Тезисы научной конференции «Теория управления и математическое моделирование», 19 июня 2006. Ижевск, УГУ. С. 161–162.
9. Мишин Д.Д. *Магнитные материалы*. М.: Высшая школа, 1981. 335 с.
10. Gudoshnikov S.A., Grebenschchikov Yu.B., Ljubimov B.Ya., Palvanov P.S., Usov N.A., Ipatov M., Zhukov A., Gonzalez J. Ground State Magnetization Distribution and Characteristic width of Head to Head Domain Wall in Fe-rich Amorphous Microwire. *Phys. Status Solidi*. 2009, **A 206**(4), 613–617.
11. Иванов А.А., Лобов И.В., Воробьев Ю.Д. Некоторые механизмы закрепления доменных границ в тонких магнитных пленках. *ФММ*. 1984, **58**(1), 11–20.
12. Hilzinger H.R., Kronmüller H. Statistical theory of Bloch Walls by Randomly Distributed Defects. *JMMM*. 1975, **2**(2–3), 11–17.
13. Кекало И.Б. *Нанокристаллические магнитомягкие материалы*. М.: МИСиС, 2000. (1561). 250 с.
14. Soeda M., Takajo M., Yamasaki J. Large Barkhausen Discontinuities of Die – Drawn FeSiB Amorphous Wire. *IEEE Tran. on Magnetics*. 1995, **31**(6), 3877–3879.
15. Любимов М.Л. *Наука металла со стеклом*. М.: Энергия, 1968. 131–142.
16. Baranov S.A. A Three-layer Model of an Amorphous Microwires. *Surf Eng Appl Electrochem*. 2010, **46**(3), 271–275.
17. Амензаде Ю.А. *Теория упругости*. М.: Высшая школа, 1976. 272 с.
18. Годфри Д.Е.П. *Теория упругости и пластичности*. Киев: Будивельник, 1969. 312 с.
19. Boley B.A., Weiner J.H. *Theory of Thermal Stresses*. New York & London, John Willej and sons, INS., 1960, 470–490.
20. Antonov A.S., Borisov V.T., Borisov O.V., Prokoshin A.F., Usov N.A. Residual Quenching Stresses in Glass-coated Amorphous Ferromagnetic Microwires. *J Phys D: Appl Phys*. 2000, **33**, 1161–1168.
21. Velazquez J., Vazquez M., Zhukov A.P. Magnetoelastic Anisotropy Distribution in Glass-coated Microwires. *J Mater Res*. 1996, **11**(10), 2499–2505.
22. Замятина Е.В., Петржик М.И. Оценка внутренних напряжений, возникающих при изготовлении аморфных микропроводов в стеклянной обо-

- лочке. *Деформация и разрушение материалов*. 2010, **7**, 41–45.
23. Баранов С.А., Бержанский В.Н., Зотов С.К., Кокоз В.Л., Ларин В.С., Торкунов А.В. Ферромагнитный резонанс в аморфных магнитных проводах. *ФММ*. 1989, **67**(1), 73–78.
24. Баранов С.А., Зотов С.К., Ларин В.С., Торкунов А.В. Особенности естественного ферромагнитного резонанса. *ФММ*. 1991, **69**(12), 172–174.
25. Деринг В. Рост зародышей перемагничивания при больших скачках Баркгаузена. *УФН*. 1939, **22**(5), 78–92.
26. Вонсовский С.В. *Магнетизм*. М. Наука, 1971. 797.

*Поступила 16.07.13
После доработки 29.10.13*

Summary

A mathematical model that describes the process of remagnetization of an amorphous microwire with a large Barkhausen jump is offered. The estimations of the model so as to optimize the signal/noise ratio are performed.

Keywords: domain wall, spline-function, stochastic resonance, residual stresses.