

# Теплоперенос при электрофизической обработке молочной сыворотки

Е. Г. Врабие, М. К. Болога, Ф. П. Гросу

*Институт прикладной физики АН Молдовы,  
ул. Академией, 5, г. Кишинев, MD-2028, Республика Молдова, e-mail: mbologa@phys.asm.md*

Сформулирована и решена задача о джоулевом нагреве молочной сыворотки при ее обработке постоянным электрическим током. Целью обработки является получение протеинов, лактозы и других питательных веществ. Модель основана на решении уравнения баланса между теплом джоулевой диссипации энергии и теплом, полученным сывороткой и окружающим пространством. Приведены результаты экспериментальных исследований влияния температурных режимов и условий (различные типы используемых мембран и составов анодной жидкости) на электрическую обработку сыворотки. Сравнение модели с экспериментальными данными подтверждает ее состоятельность.

УДК 637.344.2

Молочная сыворотка как вторичное сырьё имеет высокую биологическую ценность благодаря содержанию белков, которые переходят в неё в процессе первичной обработки молока. Сухой состав молочной сыворотки составляет 50% от сухого состава молока и соответствует 6% [1]. Почти вся лактоза молока и сывороточные белки переходят в сыворотку, но при неполной её переработке ценные вещества остаются неиспользованными. Около половины вырабатываемой сыворотки выбрасывается, что создает экологическую угрозу для окружающей среды, в связи с чем перед предприятиями, перерабатывающими молоко, стоят задачи сохранения ценных веществ молочной сыворотки и недопущения экологических загрязнений [2].

Существуют разные методы переработки молочной сыворотки, и требования к ним сводятся к максимальному сохранению ценных ее компонентов [3, 4]. Электрофизическая обработка [5] исключает термическую денатурацию и позволяет сохранить свойства извлекаемых веществ. С целью избежания термической денатурации белковых фракций при электрофизической обработке исследовались изменения температуры при разных условиях. Плотность тока в экспериментах варьировали в пределах  $(8 \div 24)$  мА/см<sup>2</sup>, а в качестве мембран использовали брезентовую, ультрафильтрационную и ионоселективную катионовую МК-40. Анодной жидкостью служили исходная молочная сыворотка (ИМС), депротеинизированная сыворотка (ДС) и растворы хлористого кальция разных концентраций в: ИМС, ДС и ДВ (дистиллированной воде).

С увеличением плотности тока повышается температура обрабатываемой сыворотки. При этом требуется поддержать заданный температурный режим процесса, для чего необходимо знание зависимости температуры сыворотки во времени. В данной работе ставится и решается задача, которая, строго говоря, требует решения полной задачи о нестационарном пространственном распределении температуры в рабочей ячейке при конвективном теплообмене с внутренними источниками тепла, которая является достаточно сложной. Интересуясь, однако, лишь изменением средней температуры в ячейке во времени, обойдем указанные сложности, исходя из уравнения баланса количества теплоты, поступающей в рабочую ячейку и выводимой из нее.

Джоулевую интерпретацию процесса теплообмена осуществим на основе упрощающих предположений, в частности, об изотермичности жидкости, включая и стенки электролизера. При этих условиях уравнение теплового баланса имеет вид

$$(c \cdot \rho \cdot W + c_{pr} \cdot M) dt + V \cdot \rho \cdot c \cdot (t - t_{z.db}) \cdot dt + k \cdot F (t - t_{m.a}) dt = U \cdot I \cdot dt, \quad (1)$$

где  $t$  – текущая температура сыворотки, К;  $\tau$  – время от начала процесса, с;  $V$  – объемный расход сыворотки в рабочую ячейку, м<sup>3</sup>/с;  $F$  – площадь теплообмена электролизера, м<sup>2</sup>;  $\rho$  – плотность сыворотки, кг/м<sup>3</sup>;  $c$  – удельная теплоемкость сыворотки, J/(кг·К);  $c_{pr}$  – средняя удельная теплоемкость стенок электролизера и других элементов рабочей зоны, J/(кг·К);  $M$  – масса элементов рабочей зоны, кг;  $k$  – общий коэффициент теплоотдачи электролизера окружающей среде, J/(м<sup>2</sup>·К·с);  $t_{z.db}$  и  $t_{m.a}$  – начальная температура сыворотки, поступившей в ячейку, и температура окружающей среды соответственно;  $U$  – электрическое напряжение на электролизере, В;  $I$  – сила электрического тока, постоянная в процессе обработки сыворотки, А;  $W$  – объем жидкости в рабочей ячейке, м<sup>3</sup>.

Таким образом, в левой части равенства (1) первое слагаемое представляет собой количество тепла, воспринимаемого всем объемом сыворотки  $W$  и массой  $M$  электролизера при нагреве на  $dt$  градусов. Второе слагаемое – тепло, идущее на нагрев сыворотки, поступившей с потоком в электролизер. Третье – потери тепла на нагрев окружающего пространства. Суммарное тепло обеспечивается джоулевым нагревом жидкости, выраженным правой частью равенства (1), представляющего собой линейное дифференциальное уравнение относительно неизвестной температуры сыворотки как функция времени  $t(\tau)$ . Для его решения зададим начальное условие однозначности (задача Коши), которое имеет вид

$$t(\tau)|_{\tau=0} = t_{z.db}. \quad (2)$$

Обозначив

$$A \equiv (c \cdot \rho \cdot V + k \cdot F) / (c \cdot \rho \cdot W + c_{pr} \cdot M), \quad (3)$$

$$B \equiv (c \cdot \rho \cdot V \cdot t_{z.db} + k \cdot F \cdot t_{m.a} + U \cdot I) / (c \cdot \rho \cdot W + c_{pr} \cdot M), \quad (4)$$

выражению (1) придаем вид следующего линейного уравнения:

$$\frac{dt}{d\tau} = -A \cdot t + B. \quad (5)$$

Его решение носит релаксационный характер и дается формулой:

$$t = \frac{B}{A} - \left( \frac{B}{A} - t_{z.db} \right) \cdot e^{-A \cdot \tau}. \quad (6)$$

Отсюда следует, что рост температуры среды будет обеспечен, если начальная температура поступающей сыворотки удовлетворяет условию

$$t_{z.db} < B/A.$$

При соблюдении этого неравенства температура возрастет от начального  $t_{z.db}$  до асимптотического значения  $t_{max} = B/A \equiv t_{\infty}$  (при  $\tau \rightarrow \infty$ ). При противоположном неравенстве решение (5) имеет убывающее решение.

Учитывая физический смысл коэффициента  $B/A$ , вместо (6) будем писать

$$t = t_{\infty} - (t_{\infty} - t_{z.db}) \cdot e^{-A \cdot \tau}, \quad (7)$$

откуда виден экспоненциальный и в то же время асимптотический характер роста температуры. Заметим, что асимптотическая температура согласно (4) тем больше, чем больше джоулев нагрев. Уравнению (7) придадим единый обобщающий вид, преобразовав его по формуле

$$\theta(t) \equiv \frac{1}{A} \cdot \ln \frac{t_{\infty} - t_{z.db}}{t_{\infty} - t} = \tau \Leftrightarrow \frac{1}{\tau} \cdot \ln \frac{t_{\infty} - t_{z.db}}{t_{\infty} - t} = \text{const} \equiv A. \quad (8)$$

Если математическая модель адекватна физическому эксперименту, то точки экспериментальных кривых должны сгруппироваться согласно (5) около биссектрисы в координатах  $(\theta, \tau)$ . Степень близости точек к биссектрисе послужит критерием достоверности теоретической модели. Однако предварительно необходимо найти константу  $A$ , даваемую равенством (3). Непосредственное применение данного равенства для нахождения величины  $A$  затруднительно из-за незнания общего коэффициента теплоотдачи  $k$ , фигурирующего в (3). Поэтому параметр  $A$  на данном этапе найдем из опытных данных, например по рис. 1, используя вторую из формул (8).

Для каждой из кривых оказалось:  $A_1 = 0,041$ ;  $A_2 = 0,044$ ;  $A_3 = 0,049$ ;  $A_4 = 0,049$ ;  $A_5 = 0,043 \text{ мин}^{-1}$ . Общесредняя составляет  $A = 0,045 \text{ мин}^{-1}$ . Ошибка оценивается в  $\approx 7\%$ . Формула (7) для температуры принимает вид

$$t = t_{\infty} - (t_{\infty} - t_{z.db}) \cdot \exp(-0,045 \cdot \tau). \quad (9)$$

По данным кривой 3 рис. 1,  $t_{z.db} = 10^{\circ}\text{C}$ ;  $t_{\infty} = 37^{\circ}\text{C}$ , то есть согласно формуле

$$t = 37 - 27 \cdot \exp(-0,045 \cdot \tau) \quad (10)$$

построена теоретическая кривая, график которой показан на рис. 2.

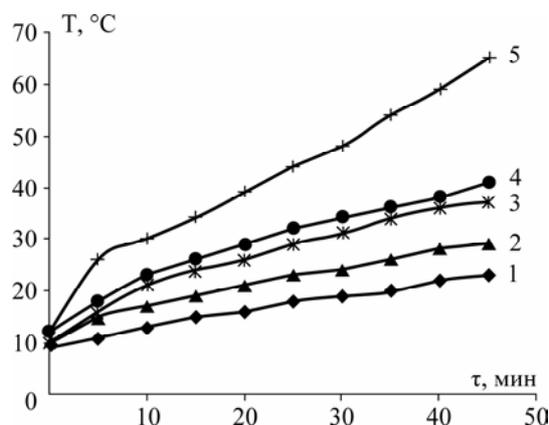


Рис. 1. Зависимость температуры сыворотки от плотности силы тока: 1 – 8; 2 – 12; 3 – 18; 4 – 20; 5 – 24 мА/см<sup>2</sup>.

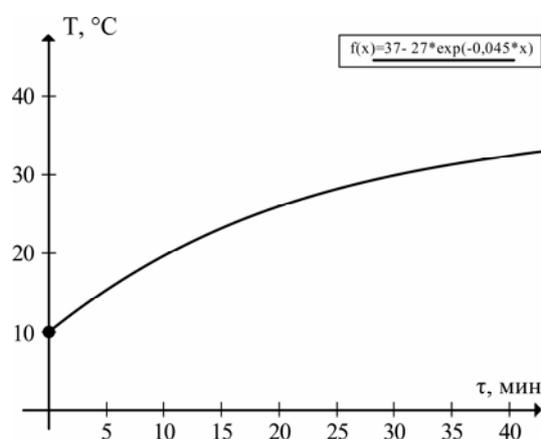


Рис. 2. Частная теоретическая зависимость температуры сыворотки от времени по формуле (10).

Сравнивая этот график с кривой 3 рис. 1, приходим к выводу об удовлетворительном их соответствии.

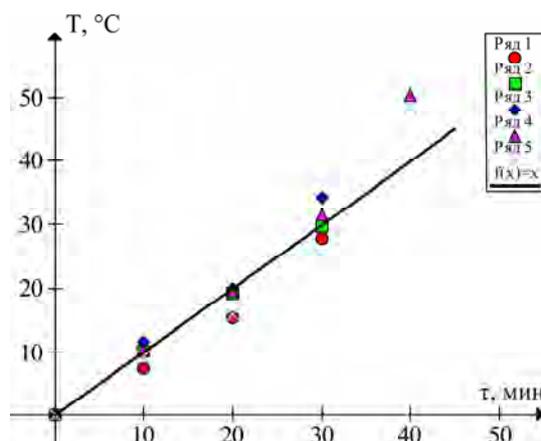


Рис. 3. Обобщающая теоретическая зависимость температуры сыворотки от времени.

Однако более убедительной представляется обобщающая зависимость (рис. 3) по данным графиков рис. 1 для обобщенной (спрямленной) зависимости (8). К сожалению, эта закономерность теряет в точности при больших временах  $\tau$  от начала процесса нагрева. Тем не менее, как следует из рис. 3, до  $\tau \approx (30 \div 40)$  мин зависимости (8) представляются достоверными и могут быть рекомендованы в расчетных целях.

Более точными являются частные полиномиальные аппроксимации каждой из опытных кривых в отдельности, в частности для рис. 1, по приведенным ниже формулам (11)–(15) с точностью до

полинома 6-го порядка. Они позволяют более точно найти значения температуры в любой момент времени, в том числе при больших значениях  $\tau$ , когда, как мы видели, модель (7) и эквивалентная ей (8) дают ощутимые погрешности. Однако, в отличие от формул (7) или (8), частный характер и громоздкость выражений (11)–(15) ограничивают их практическое применение.

При  $j = 8 \text{ мА/см}^2$ :

$$t = 0,002\tau^3 - 0,021\tau^2 + 0,477\tau + 8,985 \quad (11)$$

$$R^2 = 0,998;$$

$j = 12 \text{ мА/см}^2$ :

$$t = -0,006\tau^3 + 0,025\tau^2 + 1,212\tau + 9,985 \quad (12)$$

$$R^2 = 0,999;$$

$j = 18 \text{ мА/см}^2$ :

$$t = -0,006\tau^3 + 0,025\tau^2 + 1,212\tau + 9,985 \quad (13)$$

$$R^2 = 0,999;$$

$j = 20 \text{ мА/см}^2$ :

$$t = -0,031\tau^2 + 1,398\tau + 11,97 \quad (14)$$

$$R^2 = 0,999;$$

$j = 24 \text{ мА/см}^2$ :

$$t = -0,001\tau^4 + 0,041\tau^3 - 0,601\tau^2 + 4,904\tau + 12,02 \quad (15)$$

$$R^2 = 0,999.$$

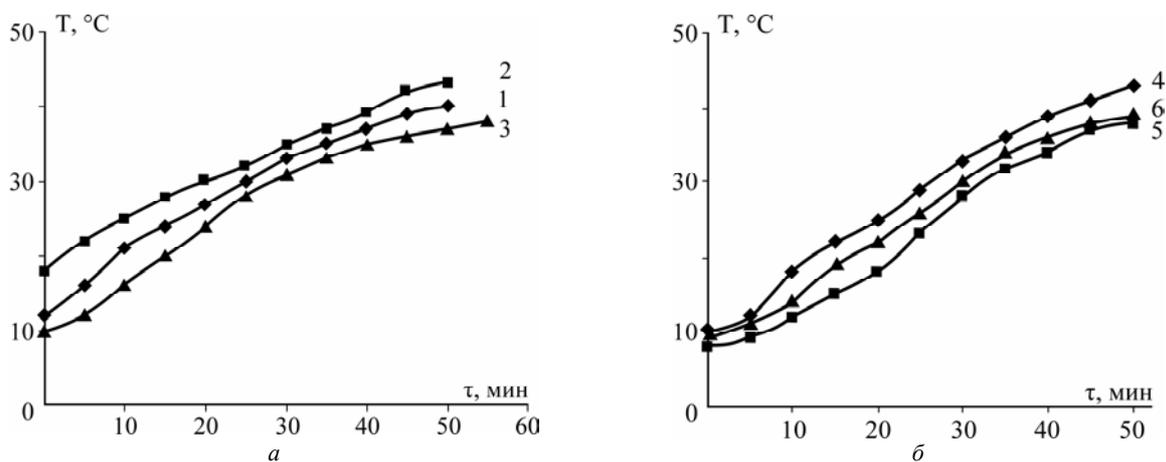
Здесь  $t$  – температура;  $\tau$  – время обработки;  $R^2$  – точность аппроксимации;  $1-R^2$  – погрешность аппроксимации.

Из сравнения графиков рис. 1–3 можно заключить, что принятая в качестве рабочей модель джоулева нагрева адекватно описывает процесс нагрева жидкости в широком интервале изменения температур, за исключением высоких, которые по причинам недопущения термической денатурации белковых фракций на практике следует исключать. Таким образом, в рамках практически важных температурных режимов предлагаемая модель может служить основой для описания и расчета процессов электрофизической обработки молочной сыворотки в целях извлечения из нее ценных веществ как в пищевой промышленности, так и в фармацевтических целях, с одной стороны, и для предотвращения загрязнения окружающей среды – с другой.

Константы  $A$  и  $B$  с теоретической точки зрения следовало бы определить, используя формулы (3), (4). Однако это потребовало бы дополнительного исследования теплоотдачи электролизера окружающему пространству с целью вычисления коэффициента  $\kappa$ , фигурирующего в формуле (3) для  $A$ . Учитывая значение рассматриваемой теоретической модели в технических расчетах, вернемся к вопросу о нахождении констант  $A$  и  $B$ , тем более что вторая непосредственно отражает роль джоулева нагрева в данном процессе.

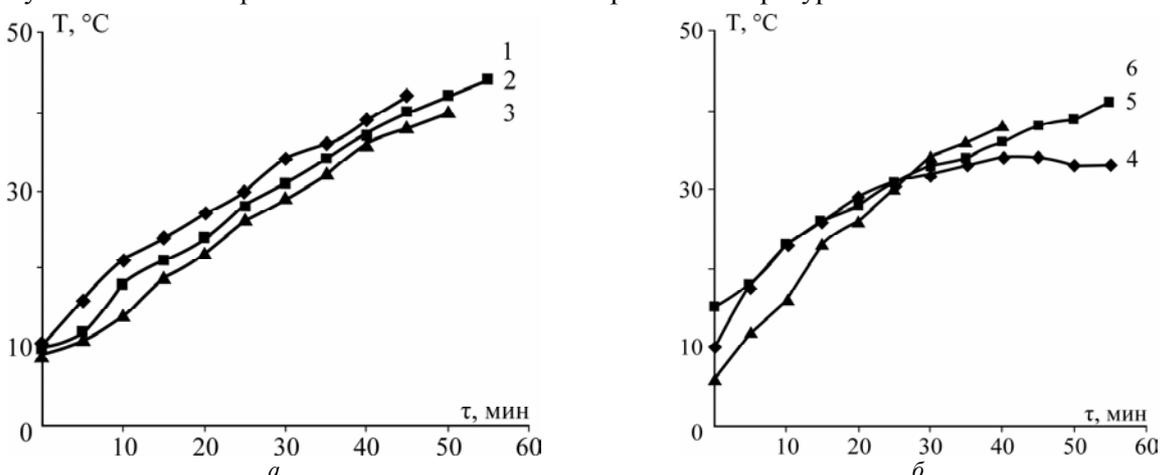
При оптимизации электрофизической обработки молочной сыворотки с использованием разных типов мембран и составов анодной жидкости необходимо поддержать заданный характер изменения температуры среды. Для исключения термической денатурации ценных веществ при обработке сыворотки исследовались изменения температуры в различных условиях протекания процесса. Рост температуры при плотностях тока ( $8 \div 20$ )  $\text{мА/см}^2$  не приводит к термической денатурации белковых фракций вплоть до температур ( $55 \div 65$ ) $^\circ\text{C}$ . При повышенных плотностях тока ( $22 \div 24$ )  $\text{мА/см}^2$  наблюдается сильное возрастание температуры обрабатываемой сыворотки – до ( $62 \div 65$ ) $^\circ\text{C}$  (рис. 1, кривая 5), но выход белка в белково-минеральном концентрате не регистрируется. Возможно, происходят структурные изменения сухого остатка молочной сыворотки, связанные с термической денатурацией белковых фракций.

Джоулев нагрев молочной сыворотки при электрофизической обработке напрямую зависит от удельной электрической проводимости среды. С целью выяснения этой зависимости проводились исследования с различными составами анодной жидкости, которая в процессе электроактивации играла роль вспомогательного раствора при различных типах мембран. При использовании брезентовой мембраны для разных составов анодной жидкости и растворителей имеет место влияние энергоносителей на проводимость жидкости и, следовательно, на джоулев нагрев (рис. 4). С повышением температуры (рис. 4,а, характеристики 1, 2 и 3) видно, что даже при разных начальных значениях ее рост имеет одинаковый характер, соответствующий расчетным данным. То же самое наблюдается и в слабokonцентрированных растворах (рис. 4,б, характеристики 4, 5 и б).



**Рис. 4.** Изменение температуры при использовании разных растворов в качестве анодной жидкости (брезентовая мембрана, расход жидкости в обе камеры – 5 мл/мин): 1 – ИМС; 2 – 10% р-р  $\text{CaCl}_2$  в ДС; 3 – 5% р-р  $\text{CaCl}_2$  в ИМС (а); 4 – 1% р-р  $\text{CaCl}_2$  в ДВ; 5 – 1% р-р  $\text{CaCl}_2$  в ДС; 6 – 1% р-р  $\text{CaCl}_2$  в ДС (б).

Изменение температуры при разных типах мембран и составах анодной жидкости указывает на очевидное влияние проводимости жидкости на джоулев нагрев (рис. 5). Использование ионоселективной катионовой мембраны МК-40 и раствора хлористого кальция при заданной силе тока приводит к уменьшению сопротивления системы и темпа роста температуры.



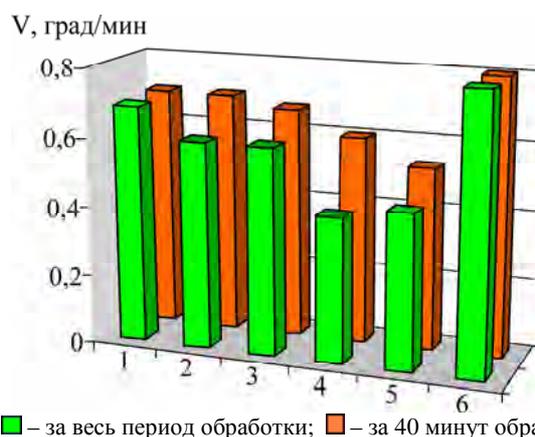
**Рис. 5.** Изменение температуры при использовании разных типов мембран и составов анодной жидкости (расход жидкости в обе камеры – 5 мл/мин): 1 – ИМС, брезентовая мембрана; 2 – 1% р-р  $\text{CaCl}_2$  в ДВ, брезентовая мембрана; 3 – 1% р-р  $\text{CaCl}_2$  в ДС, брезентовая мембрана (а); 4 – ИМС, ультрафильтрационная мембрана МК-40; 5 – 2% р-р  $\text{CaCl}_2$ , ионоселективная катионовая мембрана МК-40; 6 – 2% р-р  $\text{CaCl}_2$  ионоселективная катионовая мембрана МК-40МК-40, стационарный режим (б).

Характер изменения температуры зависит также и от того, обрабатывается ли жидкость в протоке при некотором отличном от нуля расходе жидкости (рис. 5, б, кривые 4, 5) или в стационарных условиях – при нулевом дебите через рабочую камеру. В отсутствие протока жидкости (рис. 5, б, кривая б) темп роста температуры со временем гораздо резче, чем при проточной обработке. Это диктует непосредственные условия поддержания определенного расхода технологической жидкости для исключения термической денатурации белковых фракций.

Эти выводы подтверждаются и опытами по скорости нарастания температуры, проведенными в разные периоды обработки для различных типов мембран и составов анодной жидкости (рис. 5, характеристика 5).

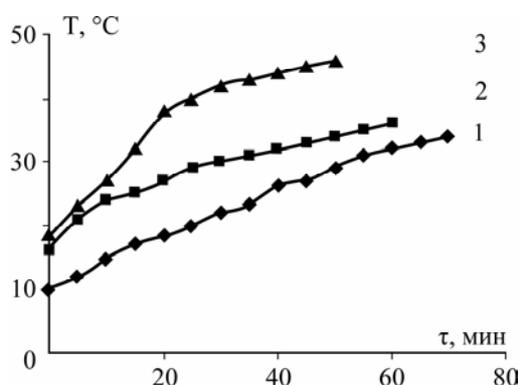
Влияние режимов расхода жидкости очевидно при сравнении скоростей нарастания температуры за один и тот же промежуток времени обработки (40 минут) с постоянным расходом жидкости (рис. 6, характеристика 5) и в стационарном режиме (рис. 6, характеристика б). Плавный и умеренный рост температуры при проточной обработке позволяет избежать упомянутые выше отрицательные явления термической денатурации извлекаемых веществ и рекомендовать обработку молочной сыворотки проводить в непрерывном проточном режиме.

Минеральный состав молочной сыворотки также играет определенную роль в характере изменения температуры. Опыты с предварительно деминерализованной сывороткой подтверждают роль энергоносителей в джоулевом нагреве при электрофизической обработке молочной сыворотки (рис. 7, характеристика 3).



■ – за весь период обработки; ■ – за 40 минут обработки

**Рис. 6.** Скорость нарастания температуры в зависимости от периода обработки при использовании разных типов мембран и разных составов анодной жидкости: 1 – ИМС, брезентовая мембрана; 2 – 1% р-р  $\text{CaCl}_2$  в ДВ, брезентовая мембрана; 3 – 1% р-р  $\text{CaCl}_2$  в ДС, брезентовая мембрана; 4 – ИМС, УФМ; 5 – 2%  $\text{CaCl}_2$  р-р в ДВ, ионоселективная мембрана МК-40 (с расходом жидкости 5 мл/мин); 6 – 2% р-р  $\text{CaCl}_2$  в ДВ, ионоселективная мембрана МК-40 (стационарный режим).



**Рис. 7.** Изменение температуры при разных режимах расхода жидкости и минерального состава: 1 – без расхода в анодной камере; 2 – с одинаковым расходом в обе камеры (5 мл/мин); 3 – с одинаковым расходом в обе камеры предварительно деминерализованной сыворотки (5 мл/мин). Плотность тока –  $12 \text{ mA/cm}^2$ .

Минеральный состав молочной сыворотки и правильное использование типа мембраны способствуют и создают определенную проводимость исследуемой среды и влияют на джоулев нагрев при электрофизической обработке. Исследования указывают на необходимость создания непрерывного процесса с постоянной подачей энергоносителей, а также поддержания постоянной температуры для исключения термической денатурации белковых фракций и получения высококачественного белково-минерального концентрата.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Храмцов А. Г. *Молочная сыворотка*. М.: Агропромиздат, 1990. 240 с.
2. Абдулина Т. Н., Абдулина Е. Р. К вопросу об экологической безопасности производства молочных продуктов. *Сборник научных трудов. Серия "Продовольствие"*. Выпуск. 2. Ставрополь: ГОУВПО "СевКавГТУ", 1999. С. 95–98.
3. Евдокимов И.А., Куликова И.И., Прокопенко Е.Э. Функциональные творожные изделия – обзор инноваций. *Сборник научных трудов СевКавГТУ. Серия «Продовольствие»*. 2010, (6), [www.ncstu.ru](http://www.ncstu.ru)
4. Попкова Г.Ю. Творожные изделия и новые технологии. *Молочная промышленность*. 2008, (8), 22–23.
5. Brevet de invenție. a. Nr. 3793 Bologa M., Maximuk E., Sprincean E. *Procedeu de procesare a zerului*. 2009.01.31, BOPI nr. 1/2009.

Поступила 15.02.12

## Summary

The paper deals with formulation and solution of the problem of Joule heating of the milk whey during its treatment by a direct electric current is. The aim of the treatment is to obtain proteins, lactose and other nutrition substances. The model is based on the solution of the equation of the equilibrium between the heat of Joule dissipation and the heat obtained by the whey and surrounding media. The results of the experimental studies related to the influence of various temperature regimes and conditions on the electrical whey treatment are given. The results have been obtained for various types of membranes and compositions of the anodic liquid. The comparison of the model with the experimental data confirms its validity.