

О ЗАРЯДКЕ И ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДВУХ ПРОВОДЯЩИХ ШАРОВ**В.А. Саранин^{*}, А.Б. Федоров^{**}**

^{*}Глазовский государственный педагогический институт им. В.Г. Короленко,
ул. Первомайская, 25, г. Глазов, 427621, Россия,
val-sar@yandex.ru, saranin@ggpi.org

^{**}Глазовский инженерно-экономический институт (филиал ИжГТУ),
ул. Кирова, 36, г. Глазов, 427621, Россия,
fedorov@gfi.edu.ru

Введение

Изучение зарядки и взаимодействия двух заряженных проводящих шаров (сфер) имеет как прикладное (взаимодействие заряженных капель воды в атмосфере (см., например, [1–2]), взаимодействие частиц в газовой-пылевой плазме [3]), так и научно-методическое значение. В частности, в [4] рассмотрены некоторые особенности совместной зарядки двух проводящих шаров, в [5] теоретически и экспериментально исследовано взаимодействие заряженных проводящих шаров. При этом серия экспериментов была проведена лишь для случая, когда один из шаров заряжен и изолирован, а второй все время поддерживается при одинаковом потенциале.

В настоящей работе вопрос о совместной зарядке освещен более широко, кроме того, теоретически и экспериментально рассмотрено взаимодействие шаров с равными потенциалами.

Емкостные коэффициенты

Пусть имеются два проводящих шара радиусами R_1 и R_2 , расположенных на расстоянии l между их центрами ($l \geq R_1 + R_2$). Если шары расположены достаточно близко друг от друга и они заряжены, то за счет электрической индукции каждый из них будет наводить в другом индуцированные заряды (заряды-изображения). В результате при зарядке шаров до зарядов q_1 и q_2 их потенциалы φ_1 и φ_2 будут зависеть от каждого из зарядов, и наоборот. Если шары поддерживать при постоянных потенциалах, заряд каждого из них будет определяться потенциалами обоих. Поэтому в общем случае можем записать:

$$\begin{aligned} q_1 &= c_{11}\varphi_1 + c_{12}\varphi_2, \\ q_2 &= c_{21}\varphi_1 + c_{22}\varphi_2. \end{aligned} \quad (1)$$

Коэффициенты C_{ik} называются емкостными коэффициентами и зависят только от геометрии проводников и расстояния между ними. Причем коэффициенты $c_{11}, c_{22} > 0$ представляют собой собственную емкость, а $c_{12} = c_{21} < 0$ – взаимную емкость.

Для нахождения емкостных коэффициентов приведем следующие рассуждения (см., например, [4]). Пусть потенциал первого шара поддерживается равным единице $\varphi_1 = 1$, а потенциал второго равен нулю $\varphi_2 = 0$ (шар заземлен). Тогда из (1) получаем

$$q_1 = c_{11}, \quad q_2 = c_{12}. \quad (2)$$

Отсюда смысл соответствующих емкостных коэффициентов: c_{11} численно равен заряду на первом шаре, когда потенциалы шаров $\varphi_1 = 1$ и $\varphi_2 = 0$, а c_{12} численно равен заряду на втором шаре при тех же условиях. Поместим в центр первого шара точечный заряд $q_1^{(0)} > 0$. Если $q_1^{(0)} = \frac{R_1}{k}$, то потенциал первого шара $\varphi_1 = 1$. При этом во втором шаре возникнет индуцированный заряд $q_2' < 0$ (q_2' – заряд-изображение), расположенный на некотором расстоянии a от центра второго шара (рис. 1). Потенциал в произвольной точке A на поверхности второго шара по условию должен быть равен нулю:

$$\varphi_A = \frac{kq_1^{(0)}}{r_1} + \frac{kq_2'}{r_2} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{kq_2'}{r_2} = -\frac{kq_1^{(0)}}{r_1}, \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}. \quad (3)$$

Если принять $|q'_2| = mq_1^{(0)}$, m – некоторый постоянный множитель, то

$$r_2 = r_1 m. \quad (4)$$

Выразим r_1 и r_2 через параметры задачи и угол α . Применяв теорему косинусов к треугольникам C_1AC_2 и q'_2AC_2 , получим

$$r_1^2 = R_2^2 + l^2 - 2R_2l \cos \alpha, \quad r_2^2 = R_2^2 + a^2 - 2R_2a \cos \alpha. \quad (5)$$

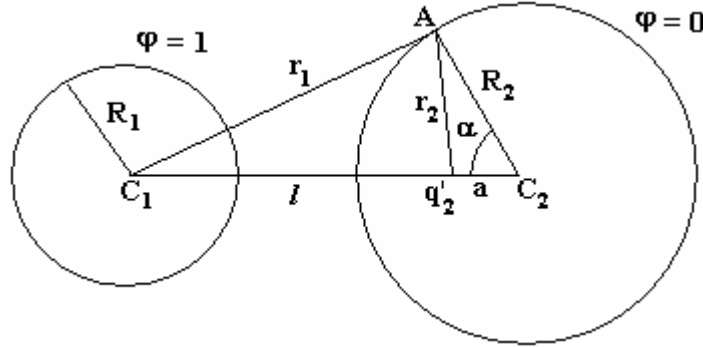


Рис. 1. К нахождению емкостных коэффициентов

Возведем (4) в квадрат и учтем правые части (5):

$$R_2^2 + a^2 - 2R_2a \cos \alpha = R_2^2 m^2 + m^2 l^2 - 2m^2 R_2 l \cos \alpha. \quad (6)$$

Поскольку точка A , определяющая угол α , выбрана произвольно, то равенство (6) должно иметь место при любых α , что возможно, если коэффициенты при $\cos \alpha$ в правой и левой частях (6) одинаковы. Это дает

$$a = m^2 l \Rightarrow m^2 = \frac{a}{l}. \quad (7)$$

После подстановки m в (6) найдем

$$a = \frac{R_2^2}{l}. \quad (8)$$

Тогда из (7) получаем

$$m = \frac{R_2}{l}. \quad (9)$$

В результате индуцированный на втором шаре заряд равен

$$q'_2 = -q_1^{(0)} \frac{R_2}{l} = -\frac{R_1 R_2}{kl}. \quad (10)$$

Этот заряд изменяет потенциал первого шара, делая его отличным от единицы. Чтобы добиться вновь $\phi_1 = 1$, надо разместить на первом шаре заряд – изображение второго порядка q_1'' от заряда q'_2 . Величина и его положение находятся аналогично тому, как это делалось для q'_2 . Новый заряд q_1'' даст изображение третьего порядка во втором шаре q_2''' и так далее. Таким образом, на каждом из шаров полный заряд, а следовательно, и емкостные коэффициенты определяются как бесконечные суммы:

$$c_{11} = q_1 = q_1^{(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} q_1^{(2n)}, \quad c_{21} = q_2 = \sum_{n=1}^{\infty} q_2^{(2n-1)}. \quad (11)$$

Явные выражения для емкостных коэффициентов в системе двух шаров получены, например, в [6] и равны

$$c_{11} = \frac{1}{k} R_1 R_2 \sinh \beta \sum_{n=1}^{\infty} [R_2 \sinh n \beta + R_1 \sinh (n-1) \beta]^{-1},$$

$$c_{12} = -\frac{R_1 R_2 \sinh \beta}{kl} \sum_{n=1}^{\infty} (\sinh n \beta)^{-1}, \quad k = 1/4\pi\epsilon_0,$$

$$c_{22} = \frac{1}{k} R_1 R_2 \sinh \beta \sum_{n=1}^{\infty} [R_1 \sinh n \beta + R_2 \sinh(n-1)\beta]^{-1}. \quad (12)$$

Здесь параметр β связан с расстоянием между центрами шаров соотношением

$$\cosh \beta = \frac{x^2(1+\gamma)^2 - (1+\gamma^2)}{2\gamma}, \quad x = \frac{l}{R_1 + R_2}, \quad \gamma = \frac{R_1}{R_2}. \quad (13)$$

Из (10) видно, что $|q'_2| < q_1^{(0)}$, и так все последующие заряды-изображения по величине меньше зарядов-источников, поэтому ряды (11, 12) сходятся.

С точностью до изображений первого порядка получаем

$$c_{11} = \frac{R_1}{k}, \quad c_{21} = c_{12} = -\frac{R_1 R_2}{kl}, \quad c_{22} = \frac{R_2}{k}. \quad (14)$$

Нетрудно убедиться, что на больших расстояниях между шарами, то есть при $\beta \gg 1$, выражения (12) стремятся к (14).

Совместная зарядка шаров

Представляют интерес два случая совместной зарядки проводящих шаров: а) перезарядка шаров: шары предварительно заряжены и изолированы, затем их соединяют проволочкой или приводят в соприкосновение (либо их потенциалы выравниваются за счет искрового разряда); б) зарядка шаров: шары подключают к одному и тому же полюсу источника напряжения.

1. Итак, пусть шары имеют заряды q_{10}, q_{20} , а их общий заряд $q_{12} = q_{10} + q_{20}$. Очевидно, при соприкосновении шаров или после соединения их проволочкой потенциалы шаров будут одинаковыми, а их заряды определятся равенствами

$$q_1 = U'(c_{11} + c_{12}), \quad q_2 = U'(c_{22} + c_{21}). \quad (15)$$

Но при этом должен еще выполняться закон сохранения заряда:

$$q_1 + q_2 = q_{12}. \quad (16)$$

Подставив (16) в (15), находим потенциал шаров, а затем и их новые заряды:

$$U' = \frac{q_{12}}{c_{11} + c_{22} + 2c_{12}},$$

$$q_1 = q_{12} \frac{c_{11} + c_{12}}{c_{11} + c_{22} + 2c_{12}}, \quad q_2 = q_{12} \frac{c_{22} + c_{12}}{c_{11} + c_{22} + 2c_{12}}. \quad (17)$$

Первое приближение (14) в этом случае дает

$$q_1 = q_{12} \frac{\gamma(x(\gamma+1)-1)}{x(\gamma+1)^2 - 2\gamma}, \quad q_2 = q_{12} \frac{(x(\gamma+1)-\gamma)}{x(\gamma+1)^2 - 2\gamma}. \quad (18)$$

В частности, для соприкасающихся шаров имеем

$$q_1 = q_{12} \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + 1}, \quad q_2 = q_{12} \frac{1}{\gamma^2 + 1}. \quad (19)$$

Расчет зарядов шаров при их соприкосновении на компьютере в MathCAD (при $x = 1,001$, что соответствует почти соприкасающимся шарам, в суммах (12) удерживалось до 200 слагаемых) по формулам (17) с учетом (12), (13) при разных отношениях их радиусов дает кривые, изображенные сплошными линиями на рис. 2. Штриховыми кривыми показаны соответствующие зависимости, построенные по формулам (19). Видно, что уже первое приближение дает результаты, близкие к практически точному решению.

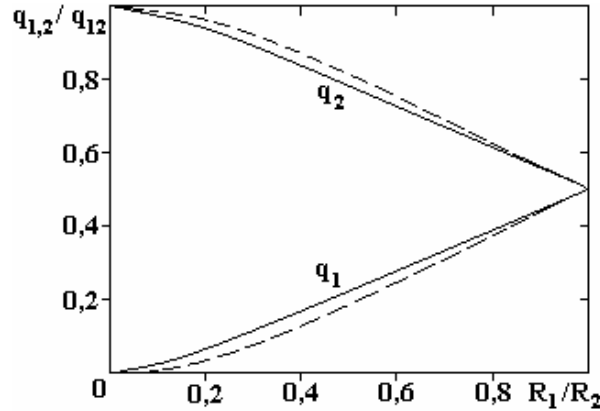


Рис. 2. Зависимость зарядов соприкасающихся шаров от отношения радиусов при их изоляции от внешних источников напряжения

2. Пусть теперь шары подключены к одной и той же клемме источника напряжения и имеют потенциал U относительно бесконечности. Тогда их заряды определяются соотношением (15) при $U' = U$. В частности, в случае одинаковых шаров $\gamma = 1$ выражения (15) сводятся к следующему [5]:

$$q = \frac{UR}{k} \left(\sinh\beta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sinh n\beta} \right). \quad (20)$$

Предел соприкосновения шаров означает $\beta \rightarrow 0$, поэтому

$$q = \frac{UR}{k} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \frac{UR}{k} \ln 2 \approx 0,693 \frac{UR}{k}. \quad (21)$$

Таким образом, если шары находятся в соприкосновении и подключены к одному и тому же полюсу источника напряжения, то каждый из них получает заряд $q_{\infty} \ln 2 \approx 0,7q_{\infty}$, где $q_{\infty} = UR/k$ – заряд, получаемый каждым шаром в случае, когда они находятся на бесконечно большом расстоянии друг от друга и индуктивно не связаны. Соответствующие выводы можно сделать и для емкости системы двух шаров. Вычисление зарядов шаров различного радиуса, находящихся в соприкосновении и подключенных к одной из клемм источника напряжения по формулам (12), (13), (15), показывает, что заряд большего шара стремится к UR_2/k , а меньшего – к нулю. Это иллюстрируется соответствующими кривыми на рис. 3 (заряды вычислялись при $x = 1,001$ в единицах UR_1/k и UR_2/k).

При этом, как показано в работе [5], предел малых отношений R_1/R_2 соответствует случаю шарика R_1 , соприкасающегося с бесконечной проводящей плоскостью, который интересен с практической точки зрения [7], поэтому остановимся на нем подробнее. Поскольку, как показано выше, при соприкосновении заряды шаров пропорциональны квадратам их радиусов, представим заряд меньшего шара в виде

$$q_1 = f \frac{UR_1}{k} \left(\frac{R_1}{R_2} \right), \quad f = \frac{k}{R_1} \left(\frac{R_2}{R_1} \right) (c_{11} + c_{12}), \quad (22)$$

f – безразмерный множитель. Чтобы найти его значение в асимптотическом случае $R_1/R_2 \rightarrow 0$, разложим емкостные коэффициенты c_{11}, c_{12} в ряд по $\gamma = R_1/R_2 \ll 1$ и $\beta \ll 1$ (соприкасающиеся шары). В формуле для c_{12} примем $l = R_1 + R_2$. Тогда получим

$$kc_{11} \approx R_1 \sinh \beta \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{\sinh n\beta} - \gamma \left(\frac{\cosh \beta}{\sinh n\beta} - \coth n\beta \frac{\sinh \beta}{\sinh n\beta} \right) \right],$$

$$kc_{12} \approx -R_1(1-\gamma) \sinh \beta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sinh n\beta}.$$

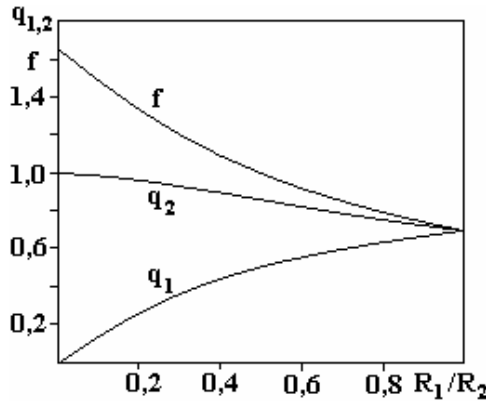


Рис. 3. Зависимость зарядов соприкасающихся шаров от отношения радиусов при их подключении к одной и той же клемме источника напряжения (кривые q_1, q_2)

Далее полагаем $\cosh \beta \approx 1$, $\sinh \beta \approx \beta$, $\sinh n\beta \approx n\beta$, $\coth n\beta \approx 1/n\beta$, и после несложных преобразований находим

$$k(c_{11} + c_{12}) \approx R_1 \gamma \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} \right) = R_1 \left(\frac{R_1}{R_2} \right) \left(\frac{\pi^2}{6} \right) \approx 1,645 R_1 \left(\frac{R_1}{R_2} \right).$$

Теперь выражение для заряда меньшего шара может быть записано в виде

$$q_1 \approx \frac{1}{k} 1,64 R_1^2 E_0. \quad (23)$$

$E_0 = U / R_2$ – напряженность поля на поверхности большего шара. Этот же результат другими методами был получен в [8, 9] для случая шарика, соприкасающегося с бесконечной проводящей плоскостью, находящейся под напряжением. Результат компьютерного табулирования коэффициента f при разных отношениях радиусов шаров показан кривой на рис. 3.

Таким образом, при совместной зарядке вблизи друг друга от одного и того же полюса источника напряжения отличающихся по размерам шаров меньший шар получает заряд, пропорциональный квадрату его радиуса, напряженности поля, созданной большим шаром на его же поверхности, и коэффициенту f , который в зависимости от отношения радиусов меняется в пределах $\ln 2 \leq f(R_1 / R_2) \leq \pi^2 / 6$.

Отметим, что в обоих случаях как при перезарядке шаров, так и при их зарядке полученные шарами заряды относятся как

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{c_{11} + c_{12}}{c_{22} + c_{12}}. \quad (24)$$

При больших расстояниях между шарами $l \gg (R_1 + R_2)$ получим $q_1 / q_2 = R_1 / R_2$, а при соприкосновении - $q_1 / q_2 \approx R_1^2 / R_2^2$.

Сила взаимодействия шаров с одинаковыми потенциалами

Перейдем к вычислению силы в случае, когда шары поддерживаются при равных потенциалах. Сначала запишем потенциальную энергию шаров в виде [5]

$$W = \frac{U^2}{2} (c_{11} + 2c_{12} + c_{22}), \quad (25)$$

затем вычислим силу:

$$F = \frac{\partial W}{\partial l}. \quad (26)$$

(В случае открытой системы производная берется со знаком «+» [6].) Результаты расчета энергии и силы по (25), (26) с учетом (12), (13) в MathCAD при $\gamma = 0,2$ с удержанием 200 слагаемых в суммах (12) приведены на рис. 4 в виде кривой 1. При этом сила рассчитывалась в единицах $F_{Cm} = \frac{U^2 R_1 R_2}{k(R_1 + R_2)^2}$. Рассчитаем также силу взаимодействия, используя первое приближение для емкостных коэффициентов (14), когда с учетом (15) ($U' = U$) можно записать

$$F = \frac{kq_1 q_2}{l^2} = \frac{U^2 R_1 R_2}{k} \left[\frac{1}{l^2} \left(1 - \frac{R_1}{l} \right) \left(1 - \frac{R_2}{l} \right) \right]. \quad (27)$$

В безразмерной форме выражение (27) можно записать в виде:

$$F = F_{Cm} \left[\frac{1}{x^2} \left(1 - \frac{a_1}{x} \right) \left(1 - \frac{a_2}{x} \right) \right], \quad a_1 = \frac{\gamma}{1+\gamma}, \quad a_2 = \frac{1}{1+\gamma}. \quad (28)$$

Соответствующий график зависимости силы от расстояния между центрами шаров показан кривой 2 на рис. 4. Видно, во-первых, что в данном случае уже первое приближение (28) дает достаточно хорошие результаты во всем диапазоне изменения параметров. Во-вторых, реальная сила (кривые 1, 2) на малых расстояниях между шарами не подчиняется закону Кулона. Более того, она имеет локальный максимум.

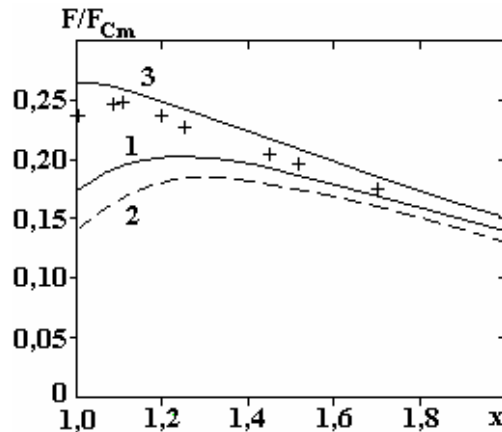


Рис. 4. Зависимость безразмерной силы от безразмерного расстояния между центрами шаров. 1 – строгая математическая теория $\gamma = 0,2$; 2 – первое приближение $\gamma = 0,2$; 3 – строгая математическая теория $\gamma = 0,5$, крестики – эксперимент $\gamma = 0,2$

Для того чтобы подробнее разобраться с локальным максимумом силы (кривые 1, 2 рис. 4), продифференцируем выражение в квадратных скобках в (27) по l и приравняем производную к нулю. Получим квадратное уравнение относительно l :

$$l^2 - \frac{3}{2}(R_1 + R_2)l + 2R_1 R_2 = 0. \quad (29)$$

Его корень, удовлетворяющий условию $l \geq (R_1 + R_2)$, равен

$$l_m = \frac{3}{4}(R_1 + R_2) + \sqrt{\frac{9}{16}(R_1 + R_2)^2 - 2R_1 R_2}. \quad (30)$$

Переходя к $x = l/(R_1 + R_2)$, получаем

$$x_m = \frac{3}{4} + \sqrt{\frac{9}{16} - \frac{2\gamma}{(1+\gamma)^2}}. \quad (31)$$

Из выражения (31) видно, что максимумы силы существуют при любых отношениях радиусов шаров, причем их расположение при уменьшении γ от 1 до 0 заключено в пределах $1 \leq x_m \leq 1,5$. Математически строгая теория вычисления силы (о ней говорилось выше) дает несколько иные результаты. В частности, оказывается, что при γ близких к 1 максимумов силы нет – они появляются, лишь начиная с $\gamma \approx 0,4$. Так, на рис. 4 изображены зависимости силы, действующей на шары, от расстояния между центрами, построенные для $\gamma = 0,5$ (кривая 3 – строгая теория) и $\gamma = 0,2$ (кривая 1 – строгая теория, 2 – первое приближение (28)). Видно, что на кривой 3 еще нет максимума, а на кривых 1, 2 уже есть. С уменьшением γ величина максимума силы, смещаясь вправо, уменьшается, стремясь к значению 0,148 (в единицах F_{Cm}). Это иллюстрируется кривой 2 на рис. 5. Кривой 1 на этом же рисунке показана зависимость силы от отношения радиусов шаров при их соприкосновении, то есть при $x = 1$. Кривая 3 показывает положение максимумов силы при расчете по формуле (28) с $x = x_m$.

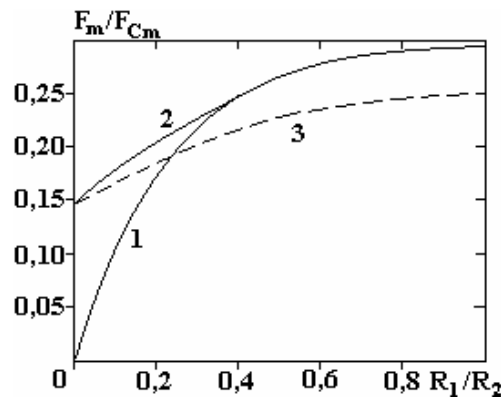


Рис. 5. Зависимость максимальной силы взаимодействия шаров (в относительных единицах) от отношения радиусов. 1 – соответствие силе, действующей на шары при их соприкосновении; 2 – максимальное значение силы согласно строгой математической теории; 3 – максимальное значение силы в первом приближении

Таким образом, максимальная сила взаимодействия шаров с сильно отличающимися радиусами $R_1/R_2 \ll 1$ и подключенными к одной и той же клемме источника напряжения имеет максимальное значение, равное

$$F_m^{(1)} \approx 0,148 \frac{U^2 R_1}{k R_2}. \quad (32)$$

Достигается оно при $x = 1,5$, то есть на расстоянии между центрами шаров $l \approx 1,5 R_2$. Значение максимальной силы в случае шаров равных радиусов ($R_1 = R_2$) в этом же случае составляет

$$F_m^{(2)} \approx 0,296 \frac{U^2 R_1 R_2}{k (R_1 + R_2)^2} = 0,074 \frac{U^2}{k} \quad (33)$$

и достигается при соприкосновении шаров. Сила взаимодействия шаров с сильно отличающимися радиусами $R_1/R_2 \ll 1$ при их соприкосновении равна [5, 8]:

$$F_m^{(3)} = 0,832 q_1 E_2, \quad (34)$$

где q_1 – заряд, приобретенный первым (малым) шаром; E_2 – напряженность поля у поверхности второго шара (отметим, что в цитируемой выше работе [9] вместо множителя 0,832 ошибочно получен множитель 0,74). Согласно (23) имеем

$$q_1 = \frac{1,64}{k} R_1^2 E_2.$$

Тогда для силы $F_m^{(3)}$ окончательно получим

$$F_m^{(3)} = 1,36 \frac{U^2 R_1^2}{k R_2^2}. \quad (35)$$

Эксперименты

В экспериментах для измерения электростатической силы использовался метод электростатического динамометра, предложенный в [5]. Электростатический динамометр представляет собой проводящий шарик на вращающемся стержне и миллиметровую шкалу для измерения отклонения стержня от вертикали (рис. 6). В опытах использовались шар из пенопласта, обклеенный алюминиевой фольгой, радиусом $R_1 = 0,68$ см и пластмассовый шар, также обклеенный алюминиевой фольгой, радиусом $R_2 = 3,4$ см (отношение радиусов $R_1 / R_2 \approx 0,2$). Большой шар устанавливался на изолирующей подставке, которую можно было двигать горизонтально. Меньший шар крепился шарнирно и под действием электростатической силы F вместе с антенной OA (рис. 6) мог поворачиваться относительно оси вращения, проходящей через точку O . При этом величина отклонения антенны z измерялась с помощью миллиметровой линейки. Другой миллиметровой линейкой измерялся зазор между шарами L , тогда расстояние между центрами шаров можно было вычислить так: $l = L + R_1 + R_2$. Все эксперименты проводились при напряжении 15 кВ по показаниям шкалы прибора, которое подавалось к каждому шару от одной из клемм источника. Параметры установки были следующими: $m = 0,765$ г, $a = 4$ мм, $c = 15,6$ см, $b = 7,5$ см.

Условием равновесия системы, имеющей ось вращения, проходящую через точку O , является следующее равенство (рис. 6):

$$Fb = mga \sin \gamma \quad \text{или} \quad F = \frac{mga}{b} \frac{z/c}{\sqrt{1+(z/c)^2}} = \left(\frac{mga}{b} \right) f(z/c). \quad (36)$$

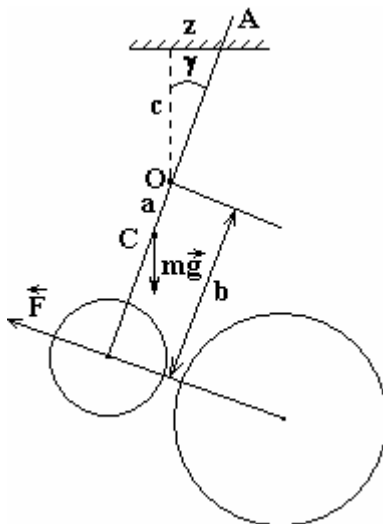


Рис. 6. Схема электростатического динамометра. К расчету силы взаимодействия шаров

Здесь m – масса всей подвижной части, $a = OC$ – расстояние от центра масс до оси вращения. После измерений z и L строился график, по вертикали которого откладывались значения $f(z/c)$ (так как выражение в скобках в правой части (36) постоянно, то $f(z/c)$ – фактически сила в условных единицах), а по горизонтали – значения $1/x^2$. Затем через начало координат и близкие к нему экспериментальные точки проводилась прямая, соответствующая закону Кулона. По ней находилось максимальное значение кулоновской силы при $x=1$ в условных единицах $f_{Cm}(z_m/c)$ (рис. 7,

$f_{Cm}(z_m/c) \approx 2,2$, кружочки – эксперимент, каждому кружочку соответствует не менее пяти независимых измерений). Далее все экспериментальные значения силы в условных единицах нормировались (делились) на $f_{Cm}(z_m/c)$. После этого экспериментальные точки наносились на координатную плоскость x и F/F_{Cm} (рис. 4). Поскольку после такой процедуры нормировки силы можно принять, что F/F_{Cm} соответствует $f(z/c)/f_{Cm}(z_m/c)$, где F – реальная сила, то на этом же графике можно было изобразить теоретическую кривую (кривая 1, рис. 4). Из рис. 4 видно, во-первых, что максимум силы наблюдается и в эксперименте, во-вторых, максимальное количественное отличие теоретических и экспериментальных значений силы составляет около 30%.

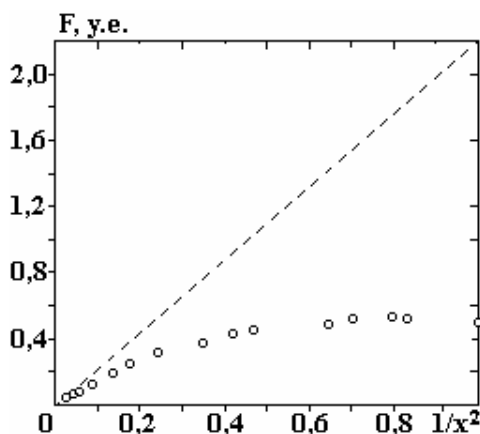


Рис. 7. Зависимость силы в относительных единицах от обратного квадрата расстояния между центрами шаров. Прямая линия соответствует закону Кулона. Точки – экспериментальные результаты

В заключение отметим, что в достаточно подробной работе [5], посвященной исследованию взаимодействия заряженных проводящих шаров, о существовании обнаруженных и исследованных выше максимумов ничего не сообщается.

Выводы

Найдены выражения для новых зарядов шаров при их перезарядке. Вычислены заряды шаров, которые возникают при их соприкосновении при различных отношениях радиусов шаров. Показано, что уже первое приближение в вычислениях емкостных коэффициентов при расчете зарядов дает результаты, близкие к практически точному решению. Также вычислены величины зарядов, получаемые при совместной зарядке шаров от одного и того же источника напряжения. В частности найдено, что меньший шар получает при соприкосновении шаров заряд $q_1 = fUR_1^2/kR_2$, где множитель f зависит от отношения радиусов шаров и меняется в пределах $\ln 2 \leq f \leq \pi^2/6$, при этом значение $f = \pi^2/6 \approx 1,64$ соответствует случаю зарядки шарика от бесконечной проводящей плоскости.

Для различных отношений радиусов шаров вычислена сила взаимодействия шаров, подключенных к одной и той же клемме источника напряжения в зависимости от расстояния между центрами шаров. Показано, что эта сила не подчиняется закону Кулона, более того, при $R_1/R_2 < 0,4$ по мере удаления шаров друг от друга сила проходит через локальный максимум. Установлены его положение и величина.

Проведены эксперименты по измерению силы взаимодействия шаров, подключенных к одной и той же клемме источника напряжения, для случая, когда отношение радиусов шаров было равно $R_1/R_2 = 0,2$. В экспериментах подтверждено существование максимума силы. В количественном отношении экспериментальные значения силы отличаются от теоретических максимум на 30%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мучник В.М., Фишман Б.Е. *Электризация грубодисперсных аэрозолей в атмосфере*. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 207 с.
2. Саранин В.А. *Устойчивость равновесия, зарядка, конвекция и взаимодействие жидких масс в электрических полях*. Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009. 332 с.
3. Филиппов А.В., Загородний А.Г., Момот А.И., Паль А.Ф., Старостин А.Н. Взаимодействие двух макрочастиц в неравновесной плазме. *ЖЭТФ*. 2007, **132**(4), 949–965.

4. Саранин В.А., Данилов О.Е. К задаче об электрической зарядке двух шаров при их соприкосновении. *Физическое образование в вузах*. 2008, **14**(4), 20–25.
5. Саранин В.А., Майер В.В. Теоретические и экспериментальные исследования взаимодействия двух проводящих заряженных шаров. *УФН*. 2010, **180**(10), 1109–1117.
6. Смайт В. *Электростатика и электродинамика*. М.: Изд-во ин. лит-ры, 1954. 604 с.
7. Остроумов Г.А. *Взаимодействие электрических и гидродинамических полей: Физические основы электрогидродинамики*. М.: Наука, 1979. 320 с.
8. Лебедев Н.Н., Скальская И. П. Сила, действующая на проводящий шарик, помещенный в поле плоского конденсатора. *ЖТФ*. 1962, **32**(3), 375–378.
9. Жевелюк М.Ю. Силы, действующие на проводящий шар, находящийся в плоском конденсаторе вблизи одной из пластин. *Электронная обработка материалов*. 1972, (2), 58–63.

Поступила 28.02.11

Summary

Processes charging and discharging the charged conducting balls as a result of alignment of their potentials, and also charging balls from the same sources of a voltage are considered. The charges received by each balls are calculated. Thus the phenomenon of a mutual electric induction as a result of which in each of balls the infinite number of charges-images is formed is considered. Forces of interaction of balls of the different radiuses connected to same source of a voltage and having identical potentials are calculated. It is shown, that at removal of balls of various radiuses from each other force of their interaction passes through a local maximum. It is shown also, that the account of images only the first order in some cases is good enough approach. Results of experiments on measurement of force of interaction of balls which show the satisfactory consent with theoretical are resulted.
